

DOI: 10.32347/2076-815x.2025.88.337-345

УДК 624.04

д.т.н., професор **Сур'янінов М.Г.**,
sng@odaba.edu.ua, ORCID: 0000-0003-2592-5221,

к.т.н., доцент **Неутов С.П.**,
neutov.stepan@ogasa.org.ua, ORCID: 0000-0002-0132-124X,

Метлицький В.В.,
metlizkiy98@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1668-9936,

к.т.н., доцент **Чучмай С.М.**,
chuchmayism@odaba.edu.ua, ORCID: 0000-0002-5295-0820,
Одеська державна академія будівництва та архітектури, м. Одеса

РОЗРАХУНОК БОРТОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДОВГОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

Запропоноване аналітичне рішення задачі про напружено-деформований стан довгої циліндричної оболонки, підкріпленої двома однаковими бортовими елементами прямокутного перерізу.

Як правило, циліндричні оболонки мають бортові елементи, в яких розміщується основна розтягнута арматура, що істотно знижує величину напружень розтягування, зменшує вертикальні і горизонтальні переміщення країв оболонки. Вибір типу бортових елементів залежить переважно від умов спирання країв оболонки.

Пропозиції з обліку роботи бортових елементів представлені лише у нормативних документах та відповідних посібниках до них.

Запропонований авторами алгоритм передбачає реалізацію двох підходів — розрахунок за загальною напівбезмоментною теорією та розрахунок із спрощуючими гіпотезами для пологих оболонок середньої довжини. У першому випадку задача зводиться до системи чотирьох лінійних рівнянь. З цієї системи можна визначити зусилля та переміщення, обумовлені дією додаткових краєвих зусиль, а також скласти їх з окремими компонентами безмоментного напруженого стану, отримати повні зусилля та переміщення в оболонці.

Розглянуто два окремі випадки: пологі циліндричні оболонки середньої довжини (використовуються метод сил та метод переміщень, додатково розглянуто випадок, коли бортовий елемент абсолютно податливий в якомусь напрямку) та багатохвильові оболонки, у яких бортовий елемент навантажений крайовими зусиллями з обох боків (використовується метод сил, розглянуто симетричне та кососиметричне навантаження).

Ключові слова: залізобетон; бортовий елемент; циліндрична оболонка; метод сил; метод переміщень.

Вступ. Розрахунок циліндричних оболонок досить складний, використовуються наближені аналітичні методи в рамках безмоментної та моментної теорій оболонок, напівбезмоментна теорія В.З. Власова і, звісно, чисельні методи. Як правило, циліндричні оболонки мають бортові елементи, в яких розміщується основна розтягнута арматура, що істотно знижує величину напружень розтягування, зменшує вертикальні і горизонтальні переміщення країв оболонки. Вибір типу бортових елементів залежить переважно від умов спирання країв оболонки.

Пропозиції з обліку роботи бортових елементів представлені лише у нормативних документах та відповідних посібниках до них [1-5].

Аналіз попередніх досліджень. Для аналізу роботи циліндричних оболонок рекомендувалося кілька способів. Якщо відношення довжини оболонки до найменшого розміру перевищує поперечного 4, можуть використовуватися спрощені рівняння, виведені Шорером [6]; Найбільш повна система рівнянь, що потребує великої обчислювальної роботи, була сформульована Дженкінс [7].

Основні аналітичні методи аналізу роботи довгих циліндричних оболонок розроблені у минулому столітті, і відтоді не набули суттєвого розвитку.

У статті [8] використовується метод змішаних рядів для виведення аналітичних рішень для циліндричної оболонки, яка вільно спирається вздовж поперечних ребер і піддається локальному вертикальному навантаженню. Наведено чисельний приклад для циліндричної оболонки, яка спирається вздовж поперечних та поздовжніх ребер. Моделювання циліндричних тонкостінних оболонок, підкріплених шпангоутами, у програмному комплексі SCAD 11.5 викладено у [9].

У роботах [10, 11] запропоновано аналітичний метод розрахунку довгої циліндричної оболонки, що підтримується двома однаковими бічними елементами та навантажена вертикальним навантаженням. Розглянуто випадок, коли оболонка шарнірно закріплена на криволінійних краях, і надано рекомендації щодо врахування інших граничних умов.

Аналіз літератури показує, що методи розрахунку, які враховують спільну роботу тіла оболонки та бортових елементів, вимагають подальшої розробки.

Мета. Метою роботи було аналітичне рішення задачі про напружено-деформований стан довгої циліндричної оболонки, підкріпленої бортовими елементами.

Матеріали та методи дослідження. Для досягнення поставленої мети використовуються методи математичного аналізу, теорія матриці, методи будівельної механіки. Розрахункова схема оболонки і форма бортових елементів відповідають конструкціям із залізобетону та фібробетону, експериментально дослідженим на кафедрі будівельної механіки Одеської державної академії будівництва та архітектури.

Результати та обговорення.

Довгу циліндричну оболонку, підкріплену двома бортовими елементами, показано на рис. 1.



Рис. 1. Оболонка, підкріплена двома бортовими елементами

Запропонований нами в [10, 11] алгоритм передбачає реалізацію двох підходів — розрахунок за загальною напівбезмоментною теорією та розрахунок із спрощуючими гіпотезами для пологих оболонок середньої довжини. Був розглянутий перший підхід. Задача зводиться до системи чотирьох лінійних рівнянь. З цієї системи можна визначити зусилля та переміщення, обумовлені дією додаткових краєвих зусиль, а також скласти їх з окремими компонентами безмоментного напруженого стану, отримати повні зусилля та переміщення в оболонці.

Тепер розглянемо деякі окремі випадки.

Пологі циліндричні оболонки середньої довжини

Основне рівняння, отримане в [10], містить два невідомі вектори $\vec{u}_m^\alpha$ та $\vec{s}_m^\alpha$. Додаючи сюди умову, що пов'язує ці два вектори, і виключаючи один із них, прийдемо до рівняння з одним невідомим вектором. Такою умовою може бути рівняння методу сил або рівняння методу переміщень.

У першому випадку виключимо $\vec{u}_m^\alpha$ і звернемо основне рівняння в матричне рівняння методу сил, у другому випадку шляхом виключення $\vec{s}_m^\alpha$ звернемо його в рівняння методу переміщень.

Метод сил. Виключаємо вектор $\vec{u}_m^\alpha$ і, помноживши обидві частини цього рівняння на $\bar{B}^* \bar{K}_{cm}^{-1} \bar{B}$:

$$\left(\bar{K}_m^B + \frac{\lambda_m^4}{R^3} \bar{U}_m^\alpha \right) \vec{s}_m^\alpha = \frac{\lambda_m^4}{R^4} (\bar{U}_m^\alpha \vec{s}_m^\alpha - \vec{u}_m^\alpha) + \bar{B}^* \bar{K}_{cm}^{-1} \vec{q}_{cm}; \quad (1)$$

$$\bar{K}_m^B = \bar{B}^* \bar{K}_{cm}^{-1} \bar{B}. \quad (2)$$

Рівняння (1) еквівалентно системі чотирьох скалярних рівнянь із симетричною матрицею коефіцієнтів. Знайшовши з цієї системи компоненти вектора $\vec{s}_m^\alpha$ та визначивши вектор $\vec{s}_m$, можемо знайти зусилля і переміщення в оболонці.

Зусилля в бортовому елементі обчислюються за формулами [10], а кінематична перевірка правильності розрахунку виконується за допомогою формули (1).

Метод переміщень. Матричне рівняння методу переміщень можна отримати винятком $\vec{s}_m^\alpha$ з основного рівняння [10]), проте виявляється зручнішим прийняти як невідомі переміщення осі бортового елемента, які є компонентами вектора $\vec{u}_{cm}$. Тому, користуючись виразами

$$\bar{S}_m^\alpha \vec{u}_m^\alpha = \vec{s}_m^\alpha - \tilde{\vec{s}}_m^\alpha + \bar{S}_m^\alpha \tilde{\vec{u}}_m^\alpha,$$

$$\vec{u}_{cm} = (\bar{B}^*)^{-1} \vec{u}_{cm}^\alpha,$$

$$\text{де } \bar{S}_m^\alpha = \bar{\Theta} \bar{S}_m \bar{\Theta}^*,$$

виключаємо $\vec{s}_m^\alpha$ з рівняння.

В результаті отримаємо

$$\left(\frac{\lambda_m^4}{R^3} \bar{K}_{cm} + \bar{S}_m^T \right) \vec{u}_{cm} = -\bar{T}^{-1} (\vec{s}_m - \bar{S}_m \vec{u}_m) + \vec{q}_{cm}. \quad (3)$$

Якщо бортовий елемент абсолютно податливий в якомусь напрямку, то з матриці $\bar{K}_{cm}^{-1}$ потрібно викреслити стовпці і рядки, що містять елементи, рівні ∞ . Відповідно знижується порядок векторів $\vec{u}_{cm}$ і $\vec{u}_m^\alpha$, що визначаються через $\vec{s}_m^\alpha$.

Тут

$$\bar{T}^{-1} = \bar{B} \bar{\Theta} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{y_k}{R} & \cos \alpha_k & \sin \alpha_k & 0 \\ -\frac{z_k}{R} & -\sin \alpha_k & \cos \alpha_k & 0 \\ 0 & z_k \cos \alpha_k - y_k \sin \alpha_k & z_k \sin \alpha_k + y_k \cos \alpha_k & 1 \end{vmatrix}.$$

$$\bar{S}_m^T = \bar{T}^{-1} \bar{S}_m (\bar{T}^*)^{-1}.$$

(4)

З (3) видно, що матриця коефіцієнтів системи (3) симетрична.

Після визначення $\vec{u}_{cm}$ із (1) слід знайти вектор переміщень краю оболонки $\vec{u}_m$, застосувавши для цього формулу

$$\vec{u}_m = (\bar{T}^*)^{-1} \vec{u}_{cm}, \quad (5)$$

яка випливає з [10].

Потім визначаються зусилля та переміщення в оболонці.

Внутрішні зусилля у бортовому елементі знайдемо за формулою

$$\vec{s}_m^\delta = \frac{1}{R} \bar{K}_{cm} \vec{u}_{cm}, \quad (6)$$

отриманої у [10].

Потім визначаються зусилля $\vec{Q}_{ym}^\alpha$ і $\vec{Q}_{zm}^\alpha$. Для перевірки розрахунку, згідно з [10], визначається вектор крайових зусиль

$$\vec{s}_m^\alpha = \bar{B}^{-1} \left(\vec{q}_{cm} - \frac{\lambda_m^4}{R^2} \vec{s}_m^\beta \right). \quad (7)$$

Багатохвильові оболонки.

Бортовий елемент багатохвильової оболонки навантажений крайовими зусиллями з обох боків. Тому при розрахунку його методом переміщень як на симетричне, так і кососиметричне навантаження достатньо в рівнянні (1) розділити матрицю $\bar{K}_{cm}$ і вектор $\vec{q}_{cm}$ на 2. Те саме потрібно зробити з лівою частиною виразу (5).

При розрахунку загальним методом слід до основного рівняння [10] замість $\vec{\Omega}_m^s$ і $\vec{s}_m$ підставити $T\bar{T}\vec{\Omega}_m^s$ і $T\bar{T}\vec{s}_m$,

де

$$\bar{T} = \bar{B}\bar{\Theta};$$

$$\bar{B} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{z_k}{R} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad \bar{\Theta} = 2 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{y_k}{R} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -z_k & y_k & 1 \end{vmatrix}$$

відповідно для симетричного та кососиметричного навантаження.

У формулах [10] необхідно при симетричному навантаженні прирівняти до нуля зусилля $Q_{ym}^\beta, M_{xm}^\beta, M_{zm}^\beta$, а при кососиметричній $N_m^\beta, Q_{zm}^\beta, M_{ym}^\beta$, а також подвоїти вектор s_m^α .

Висновки

Таким чином, запропоноване аналітичне рішення задачі про напружено-деформований стан довгої циліндричної оболонки, підкріпленої двома однаковими бортовими елементами прямокутного перерізу.

Запропонований авторами алгоритм передбачає реалізацію двох підходів — розрахунок за загальною напівбезмоментною теорією та розрахунок із спрощувочими гіпотезами для пологих оболонок середньої довжини. У першому випадку задача зводиться до системи чотирьох лінійних рівнянь. З цієї системи можна визначити зусилля та переміщення, обумовлені дією додаткових краєвих зусиль, а також скласти їх з окремими компонентами безмоментного напруженого стану, отримати повні зусилля та переміщення в оболонці.

Розглянуто два окремі випадки: пологі циліндричні оболонки середньої довжини (використовуються метод сил та метод переміщень, додатково розглянуто випадок, коли бортовий елемент абсолютно податливий в якомусь напрямку) та багатохвильові оболонки, у яких бортовий елемент навантажений крайовими зусиллями з обох боків (використовується метод сил, розглянуто симетричне та кососиметричне навантаження).

Список літератури

1. ДБН В.2.6-98:2009 Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. Зміна № 1. Київ. Міністерство розвитку громад та територій України. 2020. 14 с. {in Ukrainian}
2. ДСТУ-Н Б В.2.6-218:2016 "Настанова з проектування та виготовлення конструкцій з дисперсноармованого бетону". Київ. ДП УкрНДНЦ, 2017. 35 с. {in Ukrainian}
3. EN 1992-1-4: Eurocode 2: Design of concrete structures.
4. Пособие по проектированию железобетонных пространственных конструкций покрытий и перекрытий (к СП 52-117-2008*) / НИИЖБ им. А.А. Гвоздева — институт ОАО «НИЦ «Строительство». М., 2010. 159 с. {in Russian}
5. Методы расчета цилиндрических оболочек [Текст]: монография / Ю.С. Крутий, Н.Г. Сурьянинов, А.М. Чучмай. Одеса: ОГАСА, 2018. 182 с. {in Russian}
6. Schorer, H. (1935): Line load action on thin cylindrical shells, *Proc. ASCE*, p. 281.
7. Jenkins, R. S. (1947): 'Theory and Design of Cylindrical Shell Structures' O. V. Arup, London.
8. Ren-bo, S., Dai-yu, W. & Ding-qi, Z. Calculation for cylindrical shell under local vertical loadings. *Appl Math Mech* 11, 191–200 (1990). <https://doi.org/10.1007/BF02014544>.
9. Ізбаш М.Ю., Крутова Н.О. Аналіз напружено-деформованого стану циліндричних оболонок, підкріплених шпангоутами. Харків. Збірник наукових праць. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво. 2 (47). 2016. С. 87-95. {in Ukrainian}
10. M. Surianinov, S. Neutov, Y. Burdeinii and V. Metlizkiy. Coupling of the Cylindrical Shell with Side Elements. *Construction Technologies and Architecture*, 2023, Vol. 9. Pp. 11-20. <https://doi.org/10.4028/p-u1VX8i>

11. Сур'янінов М.Г., Неутов С.П., Бурдейний Ю.С., Метлицький В.В. Сполучення циліндричної оболонки з бортовими елементами. Міжнародна науково-практична конференція «Проблеми надзвичайних ситуацій». Харків, 19 травня 2023 року. 151-152. {in Ukrainian}

Doctor of Science, Professor **Mykola Surianinov**,
PhD **Stepan Neutov**,
Postgraduate **Vitalii Metlizkiy**,
PhD **Sergey Chuchmay**,
Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Odesa

CALCULATION OF SIDE ELEMENTS OF A LONG CYLINDRICAL SHELL

An analytical solution to the problem of the stress-strain state of a long cylindrical shell supported by two identical side elements of rectangular cross-section is proposed.

As a rule, cylindrical shells have side elements in which the main tensioned reinforcement is placed, which significantly reduces the magnitude of tensile stresses, reduces vertical and horizontal displacements of the shell edges. The choice of the type of side elements depends mainly on the conditions of support of the shell edges.

Proposals for accounting for the operation of side elements are presented only in regulatory documents and relevant manuals to them.

The algorithm proposed by the authors involves the implementation of two approaches — calculation according to the general semi-moment-free theory and calculation with simplifying hypotheses for shallow shells of medium length. In the first case, the problem is reduced to a system of four linear equations. From this system, it is possible to determine the forces and displacements due to the action of additional edge forces, as well as add them with individual components of the moment-free stress state, to obtain the total forces and displacements in the shell.

Two separate cases are considered: gentle cylindrical shells of medium length (the method of forces and the method of displacements are used, the case when the side element is absolutely flexible in some direction is additionally considered) and multi-wave shells in which the side element is loaded by edge forces from both sides (the method of forces is used, symmetric and skew-symmetric loading are considered).

Keywords: reinforced concrete; side element; cylindrical shell; force method; displacement method.

REFERENCES

1. DBN V.2.6-98:2009 Constructions of buildings and structures. Concrete and reinforced concrete structures. Basic provisions. Amendment No. 1. Kyiv. Ministry of Community and Territorial Development of Ukraine. 2020. 14 p. {in Ukrainian}
2. DSTU-N B V.2.6-218:2016 "Guidelines for the design and manufacture of structures from dispersed reinforced concrete". Kyiv. DP UkrNDNTS, 2017. 35 p. {in Ukrainian}
3. EN 1992-1-4: Eurocode 2: Design of concrete structures. {in English}
4. Manual for the design of reinforced concrete spatial structures covered and covered (to SP 52-117-2008*) / NIIZHB named after A.A. Gvozdev - Institute of JSC "STRIOTELSTVO". M., 2010. 159 p. {in Russian}
5. Calculation methods of cylindrical shells [Text]: monograph / Yu.C. Kruty, N.G. Suryaninov, A.M. Chuchmai Odesa: OGASA, 2018. 182 p. {in Russian}
6. Schorer, H. (1935): Line load action on thin cylindrical shells, *Proc. ASCE*, p. 281. {in English}
7. Jenkins, R. S. (1947): 'Theory and Design of Cylindrical Shell Structures'. V. Arup, London. {in English}
8. Ren-bo, S., Dai-yu, W. & Ding-qi, Z. Calculation for cylindrical shell under local vertical loadings. *Appl Math Mech* 11, 191–200 (1990). <https://doi.org/10.1007/BF02014544>. {in English}
9. Izbash M.Yu., Krutova N.O. Analysis of the stress-strain state of cylindrical shells reinforced with frames. Kharkiv. Collection of scientific papers. Series: Industry engineering, construction. 2 (47). 2016. Pp. 87-95. {in Ukrainian}
10. M. Surianinov, S. Neutov, Y. Burdeinii and V. Metlizkiy. Coupling of the Cylindrical Shell with Side Elements. *Construction Technologies and Architecture*, 2023, Vol. 9. Pp. 11-20. <https://doi.org/10.4028/p-u1VX8i>. {in English}
11. Surianinov M.G., Neutov S.P., Burdeinii Y.S., Metlitsky V.V. Coupling of the cylindrical shell with side elements. International scientific and practical conference "Problems of emergency situations". Kharkiv, May 19, 2023. 151-152. {in Ukrainian} <https://sis.ukrpatent.org/uk/search/detail/1606901>. {in Ukrainian}