

DOI: 10.32347/2076-815x.2024.86.353-369

УДК 624.04

д.т.н., професор Сур'янінов М.Г.,

sng@odaba.edu.ua, ORCID: 0000-0003-2592-5221,

д.т.н., професор Фомін В.М.,

fomin@odaba.edu.ua, ORCID: 0000-0003-4814-6415,

Вигнанець М.М.,

marinasidorchuk@ukr.net, ORCID: 0000-0001-8822-636X,

Одеська державна академія будівництва та архітектури, м. Одеса

НЕСУЧА ЗДАТНІСТЬ БАЛОК ПРИ КОРОТКОЧАСНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ З ВИКОРИСТАННЯМ ДІАГРАМИ ДЕФОРМУВАННЯ БЕТОНУ У ВИГЛЯДІ ПОЛІНОМУ П'ЯТОЇ СТЕПЕНІ

Розглянуто теоретичне визначення несучої здатності залізобетонних балок при короткочасних навантаженнях з використанням діаграми деформування бетону у вигляді поліному п'ятої степені та її порівняння з результатами експериментальних досліджень. В розрахунках залізобетонних конструкцій з використанням деформаційної моделі перерізів згинальні моменти обчислюються відносно нейтральної лінії, яка розташовується на віддалі від крайнього волокна стиснутого бетону і обмежує його висоту. В ДБН України діаграму деформування бетону пропонується описувати поліномом п'ятої ступені або дробно-раціональною залежністю, яку запропоновано і обґрунтовано Державним науково-дослідним інститутом будівельних конструкцій. За цих умов отримано теоретичну несучу здатність залізобетонної балки, яку також знайдено експериментальним шляхом.

Авторами були проведені експериментальні дослідження несучої здатності трьох серій балок різного виду (по три однакових зразки у кожній серії): I серія — балки із звичайного бетону; II серія — балки зі сталевібробетону; III серія — балки комбінованого перерізу, у яких нижня (розтягнута) зона висотою виготовлена зі сталевібробетону, а верхня (стиснута) — зі звичайного бетону. У склад бетонної маси для II та III серій зразків при замішуванні рівномірно додавалася фібра, загальний обсяг якої становив 1%.

Порівняння теоретичної несучої здатності залізобетонної балки з її значенням, отриманим експериментально, показує, що теоретичне значення досить суттєво (у 1,36 рази) перевищує експериментальне.

Ключові слова: балка, бетон, фібробетон, експеримент, несуча здатність, діаграма деформування, поліном.

Вступ. Розрахунками залізобетонних та сталевібробетонних конструкцій, що працюють на згин, в тому числі, балок, за нормальними та похилими перерізами займалось багато вчених. В першу чергу варто відмітити роботи українських вчених З.Я. Бліхарського [1], Є.М. Бабича [2], В.М. Ромашка [3]. В існуючих моделях реальний напружено-деформований стан залізобетонних елементів і конструкцій відтворюється шляхом перенесення діаграм деформування матеріалів на їх перерізи. Слід зазначити, що, як у зарубіжній, так і у вітчизняній науковій літературі немає єдиного підходу до визначення несучої здатності балок за нормальними перерізами. Розглядається несуча здатність з використанням діаграми деформування бетону у вигляді поліному п'ятої степені; діаграми у вигляді дробно-раціональної функції; спрощеної дволінійної діаграми деформування бетону та деякі інші. Це часто призводить до значних розбіжностей у результатах.

Аналіз попередніх досліджень. Багато працюють в цьому напрямку вчені закордонних країн. Так, японськими вченими Окамура Г. та ін. [4] приведені усереднені співвідношення «напруження–деформація» залізобетонного елемента в площині. Цю модель можна застосувати при використанні методу скінченних елементів. Тут передбачається, що механіка напружень в бетоні включає напруження, паралельні та перпендикулярні до тріщин, і передачу напружень зсуву вздовж тріщин на основі усередненого.

Співвідношення для залізобетону, що враховують зниження жорсткості через утворення тріщин, було визначено Ендрю Скенланом [5]. Кодиш Є.М. [6] та його колеги окрему увагу привернули реалізації положень нових норм щодо проектування залізобетонних конструкцій, які відображають досягнення сучасної науки та практики проектування залізобетонних конструкцій.

Аналіз за деформаційною моделлю залізобетонної плити, яка підтримується з двох сторін, перпендикулярних до прольоту, і вільна з двох інших сторін, був проведений вченими Джейн А. та Кумар В. [7]. У роботі Журавського О. та його колег [8] наведено результати розрахунку несучої здатності стандартної аеродромної плити ПАГ–14 та аналогічної плити зі сталевіброю. Авторами запропоновано методику розрахунку несучої здатності згинальних комбінованих армованих елементів із звичайною та попередньо–напруженою арматурою, а також зі сталевими фібрами. Алгоритм розрахунку заснований на деформаційному методі. Вченими з Китаю [9] проведено дослідження щодо існування кореляції між здатністю до згину та зсуву в залізобетонних згинальних елементах. Китайські та американські нормативні документи, в основному, дотримуються саме цієї залежності. Але вони недостатньо враховують співвідношення несучої здатності між вигином і зсувом. У роботі Женг Уай та його колег [10] проведено дослідження

високоєфективного бетону, який забезпечить високоміцне та швидке будівництво бетонних мостів завдяки чудовим властивостям матеріалу.

У роботі Павлова О. та його колег [11] розглянуто розрахунок несучої здатності та середньої кривизни гнутих елементів із сталевими фібрами прямокутного перерізу у тріщині. У своєму наступному дослідженні [12] зазначені вище вчені акцентували увагу до підходу до аналізу згину сталевіфібробетонних елементів за допомогою діаграм «напруження–деформації» при стиску та розтягу. Стаття, запропонована вченими Sadowska–Viraszewska та ін. [13], спрямована на дослідження впливу шару фібробетону в стиснутій зоні на механічні властивості композиційних фібробетонних плит. У монографії Бабича Є.М. та Доброшинець С.М. [14] отримані нові експериментальні дані роботи сталевіфібробетону при дії одноразових та повторних малоциклових навантаженнях стиску і розтягу, а також запропоновані математичні моделі для врахування впливу таких навантажень на його міцнісні і деформаційні характеристики.

Мета. Метою роботи було теоретичне визначення несучої здатності залізобетонних балок при короткочасних навантаженнях з використанням діаграми деформування бетону у вигляді поліному п'ятої степені та порівняння з результатами експериментальних досліджень.

Матеріали та методи дослідження. Матеріали досліджуваних балок — залізобетон, фібробетон, сталева фібра. Використовуються методи будівельної механіки, математичного аналізу та експериментальні методи.

Результати та обговорення.

Напружено-деформований стан нормальних перерізів та умови рівноваги

Зазвичай в дослідженнях основну увагу приділяють саме напружено-деформованому стану елементів. Розглянемо елемент нормального прямокутного поперечного перерізу з подвійною арматурою, що зображений на рис. 1. Для нього рівняння рівноваги при відносних деформаціях крайньої фібри бетону $\varepsilon_c = \varepsilon_{c1}$ у граничному стані першої групи можна записати у такому вигляді:

$$M_{c1} + M_s - M = 0; \quad (1)$$

$$S_{c1} + S'_{s2} = S_{s1}, \quad (2)$$

де M, M_{c1}, M_s — значення відповідного згинального моменту від дії зовнішнього навантаження та моментів внутрішніх зусиль утиснутому бетону та арматурі при значенні $\varepsilon_c = \varepsilon_{c1}$; S_{c1}, S_{s1}, S_{s2} — внутрішні зусилля відповідно у стиснутому бетону та в арматурах A_{s1}, A'_{s2} при значенні $\varepsilon_c = \varepsilon_{c1}$.

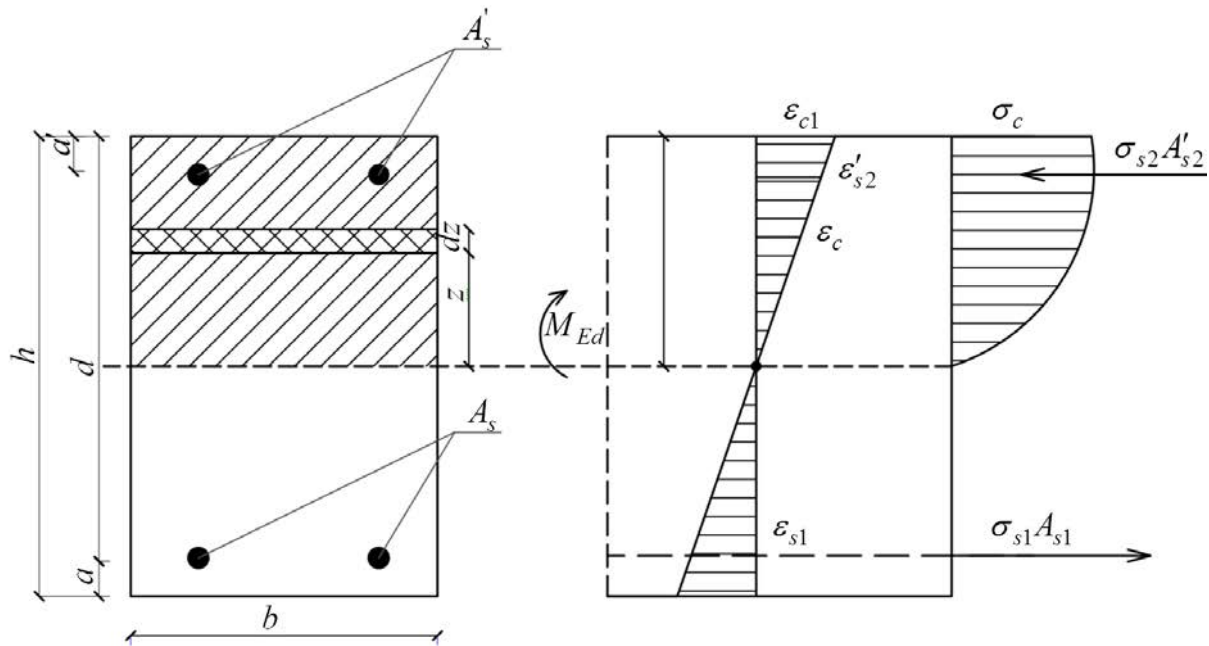


Рис. 1. НДС поперечного перерізу балки прямокутного профілю з подвійною арматурою

За гіпотезою плоских перерізів при заданому значенні деформацій у стиснутому крайовому волокні бетону деформації у розтягнутій арматурі ε_{s1} та стиснутій арматурі ε'_{s2} за фіксованого значення x , яке відповідає значенню $\varepsilon_c = \varepsilon_{c1}$, визначаються за формулами

$$\varepsilon_{s1} = \frac{\varepsilon_{c1}}{x}(h - x - a), \quad (3)$$

$$\varepsilon'_{s2} = \frac{\varepsilon_{c1}}{x}(x - a'). \quad (4)$$

Зміна по висоті деформацій бетону визначається за формулою

$$\varepsilon_c = \frac{\varepsilon_{c1}}{x}z. \quad (5)$$

З формули (5):

$$z = \frac{x}{\varepsilon_{c1}}\varepsilon_c, \quad (6)$$

$$dz = \frac{x}{\varepsilon_{c1}}d\varepsilon_c, \quad (7)$$

де z – відстань від нейтральної лінії до центра елементарної площадки висотою dz в стиснутій зоні бетону; dz – висота елементарної площадки з напруженням в бетоні σ_c .

Епюра напружень в стиснутому бетоні має криволінійний характер, а тому внутрішнє зусилля S_{c1} в бетоні можна визначити як суму зусиль в елементарних площадках нескінченної малої висоти dz , або як інтеграл зусиль по висоті стиснутої зони бетону, тобто, з урахуванням співвідношень (6) і (7)

$$S_{c1} = b \int_0^x \sigma_c dz = b \frac{x}{\varepsilon_{c1}} \int_0^{\varepsilon_{c1}} \sigma_c d\varepsilon_c. \quad (8)$$

Внутрішні зусилля в арматурі визначаються залежно від напружень та відносних деформацій в ній з урахуванням співвідношень (3) та (4):

$$S_{s1} = A_{s1} \sigma_{s1} = A_{s1} E_s \varepsilon_{s1} = A_{s1} E_s \frac{\varepsilon_{c1}}{x} (h - x - a), \quad (9)$$

$$S'_{s2} = A'_{s2} \sigma_{s2} = A'_{s2} E_s \varepsilon_{s2} = A'_{s2} E_s \frac{\varepsilon_{c1}}{x} (x - a'), \quad (10)$$

де E_s – модуль пружності арматури.

В розрахунках залізобетонних конструкцій з використанням деформаційної моделі перерізів згинальні моменти обчислюються відносно нейтральної лінії, яка розташовується на віддалі x від крайнього волокна стиснутого бетону і обмежує його висоту. Значення розрахункового моменту від розрахункових граничних навантажень M_{Ed} знаходять за правилами будівельної механіки, і він вважається постійним відносно будь-якої точки, розташованої в нормальному перерізі. Значення згинального моменту від зусиль в стиснутому бетоні M_{c1} знаходиться як сума моментів зусиль в елементарних площадках висотою dz , або шляхом інтегрування з урахуванням співвідношень (6) та (7) за формулою

$$M_{c1} = b \int_0^x \sigma_c z dz = b \left[\frac{x}{\varepsilon_{c1}} \right]^2 \int_0^{\varepsilon_{c1}} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon_c. \quad (11)$$

Моменти від внутрішніх зусиль в арматурі M_{s1} , M_{s2} визначаються за формулами

$$M_{s1} = S_{s1} (h - x - a) = A_{s1} E_s \frac{\varepsilon_{c1}}{x} (h - x - a)^2, \quad (12)$$

$$M_{s2} = S'_{s2} (x - a') = A'_{s2} E_s \frac{\varepsilon_{c1}}{x} (x - a')^2. \quad (13)$$

Сумарний момент від зусиль в арматурі рівний

$$M_s = M_{s1} + M_{s2}. \quad (14)$$

З урахуванням (6) – (13) рівняння рівноваги нормальних перерізів згинальних елементів прямокутного профілю (1) і (2) набувають вигляду

$$b \left[\frac{x}{\varepsilon_{c1}} \right]^2 \int_0^{\varepsilon_{c1}} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon_c + A_{s1} E_s \frac{\varepsilon_{c1}}{x} (h - x - a)^2 + A'_{s2} E_s \frac{\varepsilon_{c1}}{x} (x - a')^2 - M = 0, \quad (15)$$

$$b \frac{x}{\varepsilon_{c1}} \int_0^{\varepsilon_{c1}} \sigma_c d\varepsilon_c + A'_{s3} E_s \frac{\varepsilon_{c1}}{x} (x - a') = A_{s1} E_s \frac{\varepsilon_{c1}}{x} (h - x - a) \quad (16)$$

У граничному стані, приймаючи $M = M_{Ed}$, умову забезпечення несучої здатності згинального елемента по нормальному перерізу можна записати в наступному вигляді:

$$M_{Ed} \leq b \left[\frac{x}{\varepsilon_{c1}} \right]^2 \int_0^{\varepsilon_{c1}} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon_c + \sum_1^n \sigma_{si} A_{si} a_{si}, \quad (17)$$

де M_{Ed} – згинальний момент в поперечному перерізі елемента від розрахункових граничних значень зовнішнього навантаження;

A_{si} – площа поперечного перерізу i -того стержня;

σ_{si} – напруження в арматурі в i -тому стержні;

i – номер арматурного стержня;

n – кількість арматурних стержнів.

Також обов'язково повинна виконуватися наступна умова:

$$b \frac{x}{\varepsilon_{c1}} \int_0^{\varepsilon_{c1}} \sigma_c d\varepsilon_c + \sum_1^n \sigma_{si} A_{si} = 0. \quad (18)$$

В рівнянні (18) приймається таке правило знаків: «+» для стискаючих зусиль; «-» для розтягуючих зусиль.

Формули (3) – (16) дають можливість визначити внутрішні зусилля в поперечних перерізах балок на всьому діапазоні їхньої роботи залежно від значення деформацій крайньої фібри стиснутого бетону ε_c .

В формули (6) – (17) в підінтегральні вирази входять напруження в бетоні, які визначаються залежно від того, якою формою рівняння описується нелінійна діаграма «напруження – деформація» (« $\sigma_c - \varepsilon_c$ »).

Несуча здатність з використанням діаграми деформування бетону у вигляді поліному п'ятої степені

В ДБН [15] діаграму деформування бетону « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » пропонується описувати поліномом п'ятої степені або дробно-раціональною залежністю.

Апроксимація залежності « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » у формі поліному п'ятої степені запропонована і обґрунтована Державним науково-дослідним інститутом будівельних конструкцій (д.т.н. А.М. Бамбура) і має такий вигляд:

$$\sigma_c = f_{(ck),(cd)} \sum_{k=1}^5 a_k \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^k = f_{(ck),(cd)} \left[a_1 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} + a_2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^4 + a_5 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^5 \right], \quad (19)$$

де $f_{(ck),(cd)}$ – розрахунковий опір бетону осьовому стиску (приймається рівним f_{ck} в розрахунках за граничними станами другої групи та f_{cd} – в розрахунках за граничними станами першої групи); ε_{c1} – деформація при максимальних напруженнях (в розрахунках за граничними станами першою групою приймається $\varepsilon_{c1,cd}$, за граничними станами другої групи – $\varepsilon_{c1,ck}$); a_k –

коефіцієнти полінома, які визначаються відповідно класу бетону за таблицями Д.1 та Д.2 ДБН [15] відповідно до граничних станів.

Приймаючи апроксимацію залежності « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » у вигляді (19), розглядаємо граничний стан першої групи, для якого формулу для визначення зусилля у стиснутому бетоні, враховуючи (6), можна записати у вигляді

$$S_{c1} = b \frac{x}{\varepsilon_{c1}} \int_0^{\varepsilon_{c1}} \sigma_c d\varepsilon_c = b \frac{x}{\varepsilon_{c1}} \int_0^{\varepsilon_{c1}} f_{cd} \sum_{k=1}^5 a_k \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^k d\varepsilon_c =$$

$$= f_{cd} b \frac{x}{\varepsilon_{c1}} \int_0^{\varepsilon_{c1}} \left[a_1 \frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} + a_2 \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^2 + a_3 \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^3 + a_4 \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^4 + a_5 \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^5 \right] d\varepsilon_c \quad (20)$$

Після інтегрування (20) по висоті стиснутої зони від 0 до ε_{c1} та винесення сталої, формула для визначення внутрішнього зусилля в стиснутому бетоні при значенні відносної деформації крайнього стиснутого волокна ε_{c1} набуває вигляду

$$S_{c1} = f_{cd} b x \left[\frac{a_1}{2} \frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} + \frac{a_2}{3} \frac{\varepsilon_{c1}^2}{\varepsilon_c^2} + \frac{a_3}{4} \frac{\varepsilon_{c1}^3}{\varepsilon_c^3} + \frac{a_4}{5} \frac{\varepsilon_{c1}^4}{\varepsilon_c^4} + \frac{a_5}{6} \frac{\varepsilon_{c1}^5}{\varepsilon_c^5} \right]. \quad (21)$$

$$S_{c1} = f_{cd} b x \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+1} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^2. \quad (22)$$

Аналогічним шляхом отримується формула для визначення загального моменту M_{c1} , який може сприйняти бетон стиснутої зони відносно нейтральної лінії. Після підстановки в формулу (11) виразу для σ_c , остання набуває вигляду

$$M_{c1} = b \left[\frac{x}{\varepsilon_{c1}} \right]^2 \int_0^{\varepsilon_{c1}} f_{cd} \sum_{k=1}^5 a_k \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^k \varepsilon_c d\varepsilon_c, \quad (23)$$

а після інтегрування буде таким:

$$M_{c1} = f_{cd} b x^2 \left[\frac{a_1}{3} \frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} + \frac{a_2}{4} \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_c^2} + \frac{a_3}{5} \frac{\varepsilon_{c1}^3}{\varepsilon_c^3} + \frac{a_4}{6} \frac{\varepsilon_{c1}^4}{\varepsilon_c^4} + \frac{a_5}{7} \frac{\varepsilon_{c1}^5}{\varepsilon_c^5} \right]. \quad (24)$$

У загальному формулу для визначення M_{c1} можна записати у такій формі:

$$M_{c1} = f_{cd} b x^2 \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^k. \quad (25)$$

З урахуванням отриманих рішень відносно M_{c1} і S_{c1} умови рівноваги для елементів з подвійним армуванням набувають вигляду

$$f_{cd} b x^2 \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^k + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} (d - a_{si}) - M = 0, \quad (26)$$

$$f_{cd} b x \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+1} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^k + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} = 0. \quad (27)$$

Умова (26) дає можливість знаходити значення згинального моменту від внутрішніх зусиль в бетоні і арматурі при заданому значенні відносної деформації крайньої фібри стиснутого бетону ε_{c1} . Для цього необхідно вирішити рівняння (26) відносно M , дотримуючись виконання умови (27). Спільне рішення рівнянь (26) і (27) досягається методом послідовних наближень.

В правилах проектування [16] умови рівноваги для згинальних елементів записані у такому вигляді:

$$\frac{bf_{cd}}{\bar{\aleph}} \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+1} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^{k+1} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} = 0, \quad (28)$$

$$\frac{bf_{cd}}{\bar{\aleph}^2} \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^{k+2} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} (x_1 - a_{si}) - M = 0, \quad (29)$$

де $\bar{\aleph} = \aleph / \varepsilon_{c1,cd}$ – відносна кривизна;

$$\aleph = 1/r = \frac{\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c2}}{h} \text{ – кривизна вигнутої осі в перерізі;}$$

$$x_1 = \varepsilon_{c1} / \bar{\aleph} \text{ – висота стиснутої зони;}$$

$$a_{si} \text{ – відстань } i \text{ – го стержня від найбільш стиснутої грані перерізу.}$$

Система двох нелінійних алгебраїчних рівнянь (28) і (29) з двома невідомими розв'язуються методом послідовних наближень із контролем критеріїв вичерпання несучої здатності на кожному кроці розрахунків. Алгоритм розв'язку задач згідно з цим методом наведено в ДСТУ [16].

Формули (26) і (27) за своєю суттю ідентичні формулам (28) і (29), наведеним в ДСТУ [16], але мають простішу і більш чітку структуру. У [2] на основі рівнянь (26) – (29) розроблена методика для практичних вирішень завдань, передбачених ДСТУ, а також для розрахунку поздовжньої робочої арматури.

Аналізуючи структуру формул (26) і (29), можна стверджувати, що в правій частині першого рівняння перед квадратними дужками і перед знаком суми другого рівняння знаходиться вираз для визначення рівнодіючої в бетоні стиснутої зони за умови рівномірного розподілення напружень, тобто, за умови, коли коефіцієнт повноти епюри напружень складає $\omega = 1,0$. Відповідно в квадратних дужках та під знаком суми знаходиться вираз для фактичного коефіцієнта повноти епюри напружень при значенні деформації в крайній фібрі бетону, рівній ε_{c1} . З огляду на це рівняння (27) можна записати у вигляді:

$$\omega f_{cd} b x = \sigma_s A_s, \quad (30)$$

де ω – коефіцієнт повноти епюри напружень в стиснутому бетоні, визначається за формулою

$$\omega = \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+1} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^k, \quad (31)$$

або

$$\omega = \left[\frac{a_1}{2} \frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} + \frac{a_2}{3} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^2 + \frac{a_3}{4} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^3 + \frac{a_4}{5} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^4 + \frac{a_5}{6} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^5 \right]. \quad (32)$$

Аналогічно формулу (30) можна записати у вигляді

$$\beta f_{cd} b x^2 + \sigma_s A_s (d - x) - M = 0, \quad (33)$$

де β – коефіцієнт відносної несучої здатності нормального перерізу, який визначається за формулами

$$\beta = \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^k, \quad (34)$$

або

$$\beta = \left[\frac{a_1}{3} \frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} + \frac{a_2}{4} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^2 + \frac{a_3}{5} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^3 + \frac{a_4}{6} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^4 + \frac{a_5}{7} \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c} \right)^5 \right]. \quad (35)$$

З формул (31) і (35) випливає, що коефіцієнти ω і β залежать від деформаційних характеристик бетону, тобто тільки від класу бетону, і інваріантні по відношенню до інших характеристик поперечного перерізу. Це є підставою для табулювання цих коефіцієнтів.

Максимальні значення коефіцієнтів ω і β для кожного класу бетону знаходяться із умов

$$\frac{d\omega}{d\varepsilon_c} = 0, \quad \frac{d\beta}{d\varepsilon_c} = 0. \quad (36)$$

Знайдені за умовами (36) максимальні значення коефіцієнтів ω_{\max} і β_{\max} для різних класів бетонів наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Максимальні значення коефіцієнтів ω_{\max} і β_{\max}

Клас бетону	ω_{\max}		β_{\max}	
	$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$	ω_{\max}	$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$	β_{\max}
C12/15	1,81	0,8418	1,51	0,4719
C16/20	1,76	0,8265	1,46	0,4673
C20/25	1,72	0,8149	1,44	0,4639
C25/30	1,70	0,8069	1,42	0,4616
C30/35	1,70	0,7986	1,41	0,4594
C32/40	1,60	0,7897	1,40	0,4569

Несуча здатність, отримана експериментально, та її порівняння з результатами теоретичного розрахунку

Розглянемо залізобетонну балку з досліджених нами експериментально балок з подвійним армуванням (рис. 2) і вихідними даними з табл. 2.

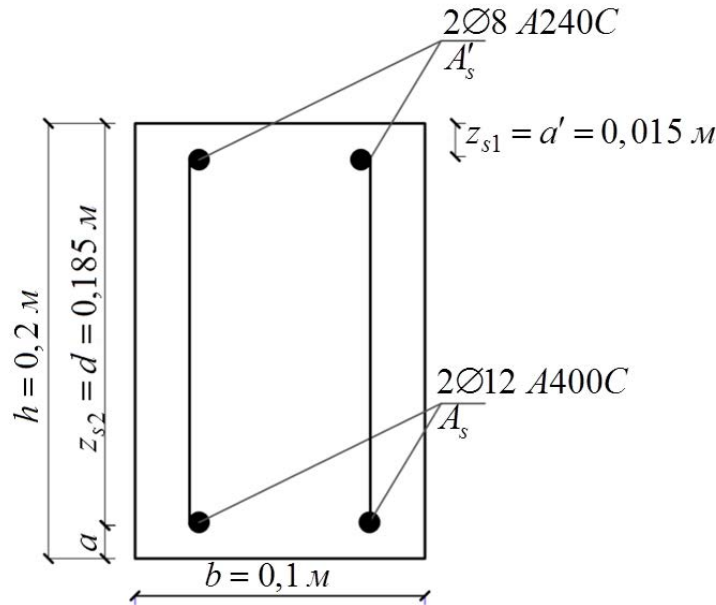


Рис. 2. Схема поперечного перерізу балки

Таблиця 2

Вихідні дані експерименту

Геометричні характеристики	Бетон С20/25	Арматура нижня A_s 2Ø12 А400С	Арматура верхня A'_s 2Ø8 А240С
$b = 0,1 \text{ м}$	$f_{ck} = 18,5 \text{ МПа}$	$a = 0,015 \text{ м}$	$a' = 0,015 \text{ м}$
$h = 0,2 \text{ м}$	$f_{cd} = 14,5 \text{ МПа} = 14,5 \cdot 10^3 \text{ кНм}$	$A_s = 0,000226 \text{ м}^2$	$A'_s = 0,000101 \text{ м}^2$
$z_{s1} = a' = 0,015 \text{ м}$	$E_{cd} = 23 \text{ ГПа}$	$f_{yk} = 400 \text{ МПа}$	$f_{yk} = 240 \text{ МПа}$
$z_{s2} = d = 0,185 \text{ м}$	$\varepsilon_{c1,cd} = 1,65 \text{ ‰}$	$\gamma_s = 1,10$	$\gamma_s = 1,05$
	$\varepsilon_{cu1,cd} = 3,44 \text{ ‰}$	$f_{yd} = 363,64 \text{ МПа}$	$f_{yd} = 228,57 \text{ МПа}$
		$E_s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$	$E'_s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

Визначимо несучу здатність перерізу даної залізобетонної балки за вищевказаною методикою.

За додатком [15] визначаємо коефіцієнти полінома a_k для бетону С20/25: $a_1 = 2,8785$; $a_2 = -3,1586$; $a_3 = 1,7475$; $a_4 = -0,52904$; $a_5 = 0,06374$.

Визначаємо розрахункове значення міцності арматури на границі текучості, використовуючи коефіцієнт γ_s із табл. 2.1 [15] за формулою $f_{vd} = f_{vk} / \gamma_s$. Отримані значення записуємо у таблицю з вихідними даними.

Задаємо величини деформацій бетону на стиснутій грані $\varepsilon_{c(1)} = \Delta\varepsilon_{c(1)}^{(0)}$ та $\varepsilon_{c(2)}^{(0)} = 0$. На перших кроках приймаємо $\varepsilon_{c(1)} = \Delta\varepsilon_{c(1)}^{(0)} = 0,1\varepsilon_{cu1.cd} = 0,000344$.

Визначаємо наступні величини:

$$\text{кривизна перерізу: } \aleph = 1/r = \frac{\varepsilon_{c(1)} - \varepsilon_{c(2)}}{h} = \frac{0,000344 - 0}{0,2} = 0,00172;$$

$$\text{відносна кривизна: } \bar{\aleph} = \aleph / \varepsilon_{c1.cd} = 0,00172 / 0,00165 = 1,042;$$

$$\text{відношення деформацій: } \gamma = \varepsilon_{c(1)} / \varepsilon_{c1.cd} = 0,000344 / 0,00165 = 0,208;$$

$$x_1 = \varepsilon_{c(1)} / \aleph = 0,000344 / 0,00172 = 0,2;$$

висота стиснутої зони деформації розтягнутої та стиснутої арматури:

$$\varepsilon_{s1} = \aleph \cdot (x_1 - z_{s1}) = 0,00172 \cdot (0,2 - 0,015) = 0,000318;$$

$$\varepsilon_{s2} = \aleph \cdot (x_1 - z_{s2}) = 0,00172 \cdot (0,2 - 0,185) = 0,0000258;$$

$$\text{напруження в арматурі: } \sigma_{s1} = E_s \cdot \varepsilon_{s1} = 210000 \cdot 0,000318 = 66,822 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{s2} = E_s \cdot \varepsilon_{s2} = 210000 \cdot 0,0000258 = 5,418 \text{ МПа};$$

$$\text{зусилля в арматурі: } \sigma_{s1} \cdot A_{s1} = 66,822 \cdot 0,000101 = 0,006749 \text{ МН};$$

$$\sigma_{s2} \cdot A_{s2} = 5,418 \cdot 0,000226 = 0,0012245 \text{ МН}.$$

Знайдені величини підставляємо в рівняння (28), (29) і знаходимо значення $\varepsilon_{c(2)} = -0,000682$ та $M = 4,67$ кНм.

Таблиця 3

Результати обчислень

Момент M , кНм	Кривизна $1/r$	Напруження в арматурі	
		σ_{s1} , МПа	σ_{s2} , МПа
0	0	0	0
4,67	0,00521	-127	59
6,02	0,00681	-164	79
8,47	0,00987	-233	120
10,62	0,01273	-293	161
11,59	0,01409	-321	182
12,50	0,01542	-348	203
13,17	0,01974	-364	228
13,25	0,02672	-364	228
13,27	0,03358	-364	228
13,26	0,04013	-364	228
13,22	0,04619	-364	228
13,15	0,05154	-364	228
13,05	0,05599	-364	228

Будуємо графік (рис. 3), враховуючи результати обчислень з новими значеннями $\varepsilon_{c(2)}$, що представлені у табл. 3.

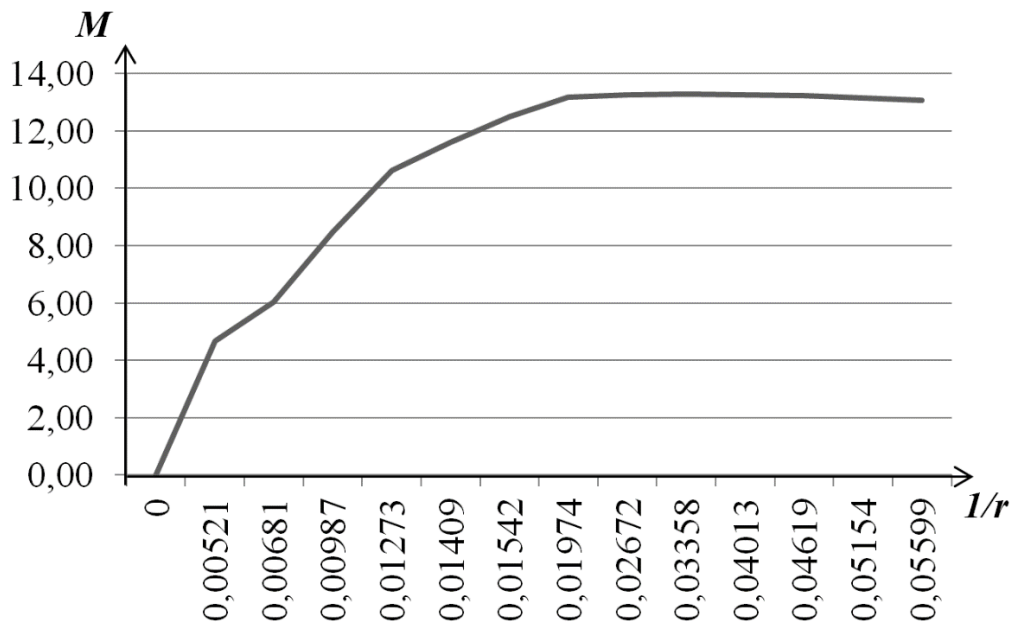


Рис. 3. Графік залежності «момент – кривизна»

Найбільше значення $M = 13,27$ кНм вважаємо несучою здатністю за даною методикою.

Авторами були проведені експериментальні дослідження несучої здатності балок. Випробовувалися три серії балок різного виду (по три однакових зразки у кожній серії): I серія — балки із звичайного бетону; II серія — балки зі сталевібробетону; III серія — балки комбінованого перерізу, у яких нижня (розтягнута) зона висотою $0,5h$ виготовлена зі сталевібробетону, а верхня (стиснута) — зі звичайного бетону. У склад бетонної маси для II та III серій зразків при замішуванні рівномірно додавалася фібра, загальний обсяг якої становив 1%.

Попередньо було встановлено, що оптимальними характеристиками фібробетонної суміші є матриця з крупним заповнювачем ≤ 10 мм (при цьому кубикова міцність була значно вища, ніж при розмірі щебеню ≤ 10 мм, у всіх серіях дослідів) при 1,0% фібрового армування, оскільки при вищому відсотку фібрового армування збільшення кубикової міцності виявилось неістотним.

В усіх проведених дослідях використовувався цемент марки 400 і промитий річковий пісок. Водоцементне відношення — 0,449. Для дисперсного армування використовувалася фібра із загнутими кінцями, виготовлена з високоміцного дроту з тимчасовим опором 1335 МПа. Використана фібра випускається виробничим об'єднанням "Стальканат-Сігур" (Україна) відповідно до Європейського стандарту EN 14889-1: 2006 [17].

При цьому стрижнева арматура завжди була однаковою: балки армувалися зварними каркасами (рис. 4); нижня поздовжня арматура — $\varnothing 12$ мм, верхня — $\varnothing 8$ мм; поперечне армування — стрижні $\varnothing 6$ мм із кроком 87,5 см та стрижні $\varnothing 4$ мм із кроком 44 см.

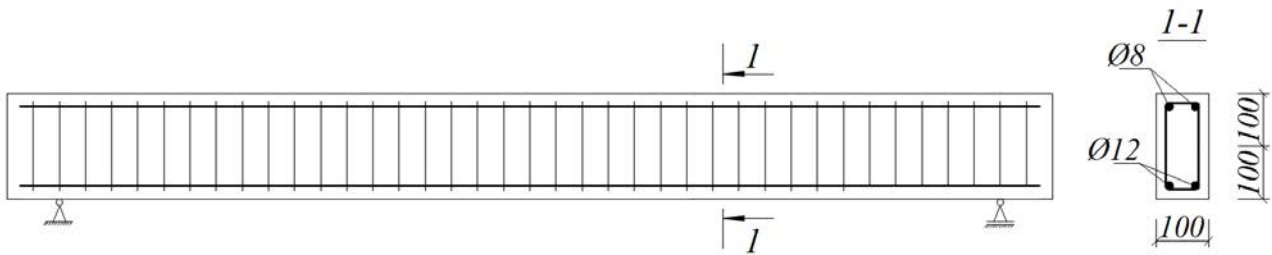


Рис. 4. Армування балок стрижневою арматурою

Усереднені результати несучої здатності балок при короткочасному навантаженні представлені у табл. 4.

Таблиця 4

Експериментальна несуча здатність

Балки	Руйнівне навантаження, кН	М, кНм
I с — залізобетон	72,5	9,787
II с — сталевібробетон	75	10,125
III с — комбіновані	74	9,990

Висновки

Таким чином, розглянуто теоретичне визначення несучої здатності залізобетонних балок при короткочасних навантаженнях з використанням діаграм деформування бетону у вигляді поліному п'ятої степені та її порівняння з результатами експериментальних досліджень.

При проведенні експериментальних досліджень несучої здатності балок випробовувалися три серії балок різного виду (по три однакових зразки у кожній серії): I серія — балки із звичайного бетону; II серія — балки зі сталевібробетону; III серія — балки комбінованого перерізу, у яких нижня зона (половина висоти перерізу) виготовлена зі сталевібробетону, а верхня — зі звичайного бетону. У склад бетонної маси для II та III серій зразків при замішуванні рівномірно додавалася анкерна сталева фібра, загальний обсяг якої становив 1%.

Порівняння теоретичної несучої здатності залізобетонної балки з її значенням, отриманим експериментально, показує, що теоретичне значення досить суттєво (у 1,36 рази) перевищує експериментальне.

Список літератури

1. Бліхарський З.Я. Розрахунок і конструювання нормальних та похилих перерізів залізобетонних елементів / З.Я. Бліхарський, І.І. Кархут, Р.Ф. Струк. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2014. 144 с.
2. Бабич Є.М., Бабич В.Є. Розрахунок і конструювання залізобетонних балок: навчальний посібник / Є.М. Бабич, В.Є. Бабич. 2-е видання, перероблене і доповнене. Рівне: НУВГП, 2017. 191 с.
3. Ромашко В.М. Розрахунок залізобетонних елементів і конструкцій за деформаційно-силовою моделлю: Рекомендації // В. М. Ромашко. Рівне: НУВГП, 2016. 126 с.
4. Okamura, H. Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete / H. Okamura, K. Maekawa. – Giho-do Press, University of Tokyo, Japan, 1991. 182 p.
5. Scanlon, A. Time Dependent Reinforced Concrete Slab Deflection / A. Scanlon, D. W. Murray // Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 100, №9, 1974. P. 1911-1924.
6. Кодиш, Е.Н. Розрахунок залізобетонних конструкцій з важкого бетону за міцністю, тріщиностійкістю та деформаціями / Е.Н. Кодиш, І.К. Нікітін, Н.Н. Трекін. Видавництво Асоціації будівельних вузів(АСВ), 2011. 352 с.
7. Джейн А., Кумар, В. (2019). Аналіз межі текучості залізобетонної плити, що несе зосереджене навантаження. Журнал Інституту інженерів (Індія): серія А, 101(1), 195–206. doi:10.1007/s40030–019–00414–7
8. Zhuravskiy, Oleksandr & Zhuravska, N.E. & Bambura, A.M. (2022). Features of calculation of prefabricated steel fiber concrete airfield slabs. International Journal on Technical and Physical Problems of Engineering. 14. 103–107.
9. Zhang, W. & Liu, J. & Chen, B. & Deng, X. (2018). Calculation of bearing capacity of reinforced concrete bending members considering correlation between bending and shearing. Chongqing Daxue Xuebao/Journal of Chongqing University. 41. 30–41. 10.11835/j.issn.1000–582X.2018.01.004.
10. Zheng Hui, Zhou Dongdong, Liao Zhenhao. (2020). Experimental Investigation on the Behaviour of Non-reinforced Ultra-High Performance Concrete Slabs. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 455. 012115. 10.1088/1755–1315/455/1/012115.
11. Pavlov Aleksey, Khagai Aleksey, Khagai, Tatiana. Load-Bearing Capacity and Curvature of Steel-Fiber-Reinforced Concrete Bending Elements. XV International Scientific Conference “Interagromash 2022”: lecture notes in networks and systems, 2022. Vol. 574. P. 2367–2377.

12. Pavlov Aleksey, Khegay Aleksey, Khegay Tatyana. Analysis of bending steel fiber reinforced concrete elements with a stress–strain model. *Architecture and Engineering*, 2020. Vol. 5. P. 14–21.

13. Sadowska–Buraczewska Barbara, Szafraniec, Małgorzata, Barnat–Hunek, Danuta Lagod, Grzegorz. Flexural Behavior of Composite Concrete Slabs Made with Steel and Polypropylene Fibers Reinforced Concrete in the Compression Zone. *Materials*, 2020. Vol. 13. P. 3616–3639.

14. Бабич Є.М., Дробишинець С.Я. Робота і розрахунок згинальних сталевібробетонних елементів: монографія. Луцьк: ЛНТУ, 2012. 194 с. 15. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення: ДБН В.2.6-98:2009. [Чинні від 2011-07-01]. К.: Мінрегіонбуд України, Державне підприємство "Укрархбудінформ", 2011. 71 с.

16. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування: ДСТУ Б В.2.6-156:2010. [Чинні від 2011-06-01]. К.: Мінрегіонбуд України, 2011. 118 с. (Національний стандарт України).

17. BS EN 14889-1:2006: Fibres for concrete. Steel fibres. Definitions, specifications and conformity.

Doctor of Science, Professor **Mykola Surianinov**,

Doctor of Science, Professor **Volodymyr Fomin**,

Postgraduate **Marina Vyhnanets**

Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Odesa

BEARING CAPACITY OF BEAMS UNDER SHORT-TERM LOADS USING THE DIAGRAM OF CONCRETE DEFORMATION IN THE APPEARANCE OF THE FIFTH DEGREE POLYNOM

The theoretical determination of the load-bearing capacity of reinforced concrete beams under short-term loads using the concrete deformation diagram in the form of a fifth degree polynomial and its comparison with the results of experimental studies is considered. In the calculations of reinforced concrete structures using the deformation model of sections, the bending moments are calculated relative to the neutral line, which is located at a distance from the extreme fiber of the compressed concrete and limits its height. In the DBN of Ukraine, it is proposed to describe the concrete deformation diagram by a polynomial of the fifth degree or by a fractional-rational dependence, which was proposed and substantiated by the State Research Institute of Building Structures. Under these conditions, the theoretical bearing capacity of the reinforced concrete beam was obtained, which was also found experimentally.

The authors conducted experimental studies of the load-bearing capacity of three series of beams of different types (three identical samples in each series): Series I - beams made of ordinary concrete; II series - steel-reinforced concrete beams; III series - beams of combined section, in which the lower (stretched) height zone is made of steel fiber concrete, and the upper (compressed) zone is made of ordinary concrete. Fiber, the total volume of which was 1%, was uniformly added to the composition of the concrete mass for the II and III series of samples during mixing.

A comparison of the theoretical bearing capacity of a reinforced concrete beam with its value obtained experimentally shows that the theoretical value is quite significantly (1.36 times) higher than the experimental value.

Keywords: beam; concrete; fiber concrete; experiment; bearing capacity; deformation diagram; polynomial.

REFERENCES

1. Bliarskyi 3.Ya. Calculation and construction of normal and inclined sections of reinforced concrete elements / 3.Ya. Bliarskyi, I.I. Karhut, R.F. Pods Lviv: Publishing House of Lviv Polytechnic, 2014. 144 p. {in Ukrainian}
2. Babych E.M., Babych V.E. Calculation and construction of reinforced concrete beams: study guide / E.M. Babych, V.E. Babich 2nd edition, revised and supplemented. Rivne: NUVHP, 2017. 191 p. {in Ukrainian}
3. Romashko V.M. Calculation of reinforced concrete elements and structures according to the deformation-force model: Recommendations // V. M. Romashko. Rivne: NUVHP, 2016. 126 p. {in Ukrainian}
4. Okamura, H. Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete / H. Okamura, K. Maekawa. - Giho-do Press, University of Tokyo, Japan, 1991. 182 p. {in English}
5. Scanlon, A. Time Dependent Reinforced Concrete Slab Deflection / A. Scanlon, D.W. Murray // Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 100, No. 9, 1974. R. 1911-1924. {in English}
6. Kodish, E.N. Calculation of reinforced concrete structures from heavy concrete by strength, crack resistance and deformations / E.N. Kodish, I.K. Nikitin, N.N. Trackin. Publishing House of the Association of Construction Universities (ASV), 2011. 352 p. {in Ukrainian}
7. Jain, A., Kumar, V. (2019). Analysis of the yield strength of a reinforced concrete slab bearing a concentrated load. Journal of the Institution of Engineers (India): Series A, 101(1), 195–206. doi:10.1007/s40030-019-00414-7. {in English}

8. Zhuravskiy, Oleksandr & Zhuravska, N.E. & Bambura, A.M. (2022). Features of calculation of prefabricated steel fiber concrete airfield slabs. *International Journal on Technical and Physical Problems of Engineering*. 14. 103–107. {in English}
9. Zhang, W. & Liu, J. & Chen, B. & Deng, X. (2018). Calculation of bearing capacity of reinforced concrete bending members considering correlation between bending and shearing. *Chongqing Daxue Xuebao/Journal of Chongqing University*. 41. 30–41. 10.11835/j.issn.1000–582X.2018.01.004. {in English}
10. Zheng Hui, Zhou Dongdong, Liao Zhenhao. (2020). Experimental Investigation on the Behavior of Non-reinforced Ultra-High Performance Concrete Slabs. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 455. 012115. 10.1088/1755–1315/455/1/012115. {in English}
11. Pavlov Aleksey, Khagai Aleksey, Khagai, Tatiana. Load–Bearing Capacity and Curvature of Steel–Fiber–Reinforced Concrete Bending Elements. *XV International Scientific Conference "Interagromash 2022": lecture notes in networks and systems, 2022*. Vol. 574. P. 2367–2377. {in English}
12. Pavlov Aleksey, Khagai Aleksey, Khagai Tatyana. Analysis of bending steel fiber reinforced concrete elements with a stress–strain model. *Architecture and Engineering, 2020*. Vol. 5. P. 14–21. {in English}
13. Sadowska–Buraczewska Barbara, Szafraniec, Małgorzata, Barnat–Hunek, Danuta Lagod, Grzegorz. Flexural Behavior of Composite Concrete Slabs Made with Steel and Polypropylene Fibers Reinforced Concrete in the Compression Zone. *Materials, 2020*. Vol. 13. P. 3616–3639. {in English}
14. Babych E.M., Drobyhynets S.Ya. Work and calculation of flexural reinforced concrete elements: monograph. Lutsk: LNTU, 2012. 194 p. {in Ukrainian}
15. Concrete and reinforced concrete structures. Main provisions: DBN V.2.6-98:2009. [Effective from 2011-07-01]. K.: Ministry of Regional Development of Ukraine, State Enterprise "Ukrakhbudinform", 2011. 71 p. {in Ukrainian}
16. Concrete and reinforced concrete structures made of heavy concrete. Design rules: DSTU B V.2.6-156:2010. [Effective from 2011-06-01]. K.: Ministry of Regional Development of Ukraine, 2011. 118 p. (National Standard of Ukraine). {in Ukrainian}
17. BS EN 14889-1:2006: Fibers for concrete. Steel fibers. Definitions, specifications and conformity. {in English}