

DOI: 10.32347/2076-815X.2022.80.159-165

УДК 624.011

к.т.н., доцент **Гомон П.С.**,
p.s.homon@nuwm.edu.ua, ORCID: 0000-0002-5312-0351, h-index:1,
Національний університет водного господарства
та природокористування, м. Рівне,

МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ДЕРЕВ'ЯНОЇ БАЛКИ З ПОСЛІДОВНИМ ЗАВАНТАЖЕННЯМ

Запропоновано послідовність розрахунку дерев'яних балок з послідовним завантаженням. Встановлено напружено-деформований стан таких елементів в різних поперечних перерізах. Запропоновано методуку визначення максимальних дотичних напружень. Наведено методуку знаходження прогинів та кривини елементів.

Ключові слова: балка; згинальний дерев'яний елемент; несуча здатність; напружено-деформований стан.

Постановка проблеми. Дерев'яні елементи та конструкції дуже часто використовуються при будівництві промислових та цивільних будівель. Найбільш застосованими є згинальні елементи, зокрема балки [1]. Дуже важливо правильно розраховувати такі елементи, враховуючи при цьому механічні характеристики матеріалів, які досліджуються від початку завантаження і до повного руйнування. Тому постало завдання запропонувати такий розрахунок згинальних дерев'яних балок з врахуванням вище наведених властивостей, тому що в нормах такі речі не повністю враховуються [2,3].

Постановка завдання. Змоделювати роботу дерев'яних балок з послідовним навантаженням.

Викладення основного матеріалу. Для моделювання роботи балки та визначення необхідних зусиль, які виникають в середині елемента використаємо апроксимовану функцію графіку «момент-кривина» [4,5] та обернену функцію, які визначенні за допомогою многочлена Лагранжа другого порядку

$$M = a_1(1/\rho) + a_2(1/\rho)^2 \quad (1)$$

$$1/\rho = b_1M + b_2M^2 \quad (2)$$

a_1, a_2, b_1, b_2 - коефіцієнти отримані шляхом апроксимації діаграми «момент-кривина».

Моделювання роботи елемента складається з наступних етапів:

1. Поетапне визначення внутрішніх сил, які діють в залежності від зовнішнього навантаження.

2. Встановлення напружено-деформованого стану в різних поперечних перерізах, а саме кривини ($1/\rho$), положення нейтральної лінії, визначення деформацій, внутрішніх напружень в будь-якій точці розтягнутої та стиснутої зони.

3. Використання діаграми кривини для визначення повороту згинального дерев'яного елемента.

4. Побудова відхилень згинального елемента від початкового положення.

5. Пошук максимальних дотичних напружень, які можуть виникнути в різних перерізах по довжині балки.

Якщо детальніше розглянути пункти, то перш за все нам потрібно за правилами опору матеріалів визначити основні напруження балки. За приклад приймемо балку (рис.1), яка була випробувана в лабораторії кафедри промислового, цивільного будівництва та інженерних конструкцій НУВГП.

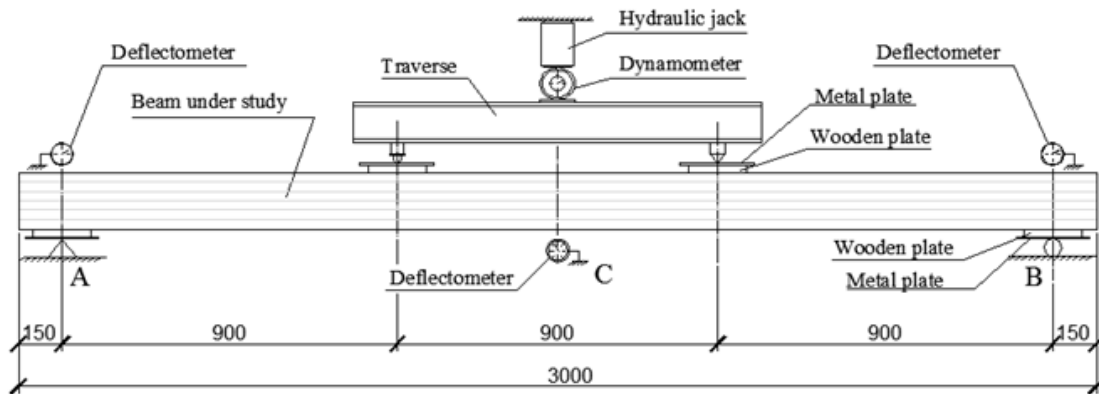


Рис. 1. Схема випробування дерев'яної балки.

Розрахункова схема перерізу та зовнішні та внутрішні зусилля показані на рис.2.

Якщо еюра напружень дерев'яної балки визначається за основними принципами опору матеріалів, то кривину можна визначити за раніше описаною функцією $1/\rho = b_1M + b_2M^2$. Для точки прикладання зовнішньої сили кривина, яка викликана моментом M_F , що діє в даному перерізі буде розраховуватися відповідно за формулою

$$1/\rho_F = b_1M_F + b_2M_F^2 \quad (3)$$

За цим же принципом можна визначити кривину по всій довжині балки та побудувати її епюру. Окрім використання функцій «момент-кривина» та кривина-момент, слід також не забувати про місце знаходження нейтральної лінії, яку можна отримати при побудові того ж графіку, а також апроксимувати до функції залежності співвідношення деформацій стиску та розтягу до кривини, або по іншому $u_c/u_t = f_1(1/\rho) + f_2(1/\rho)^2$.

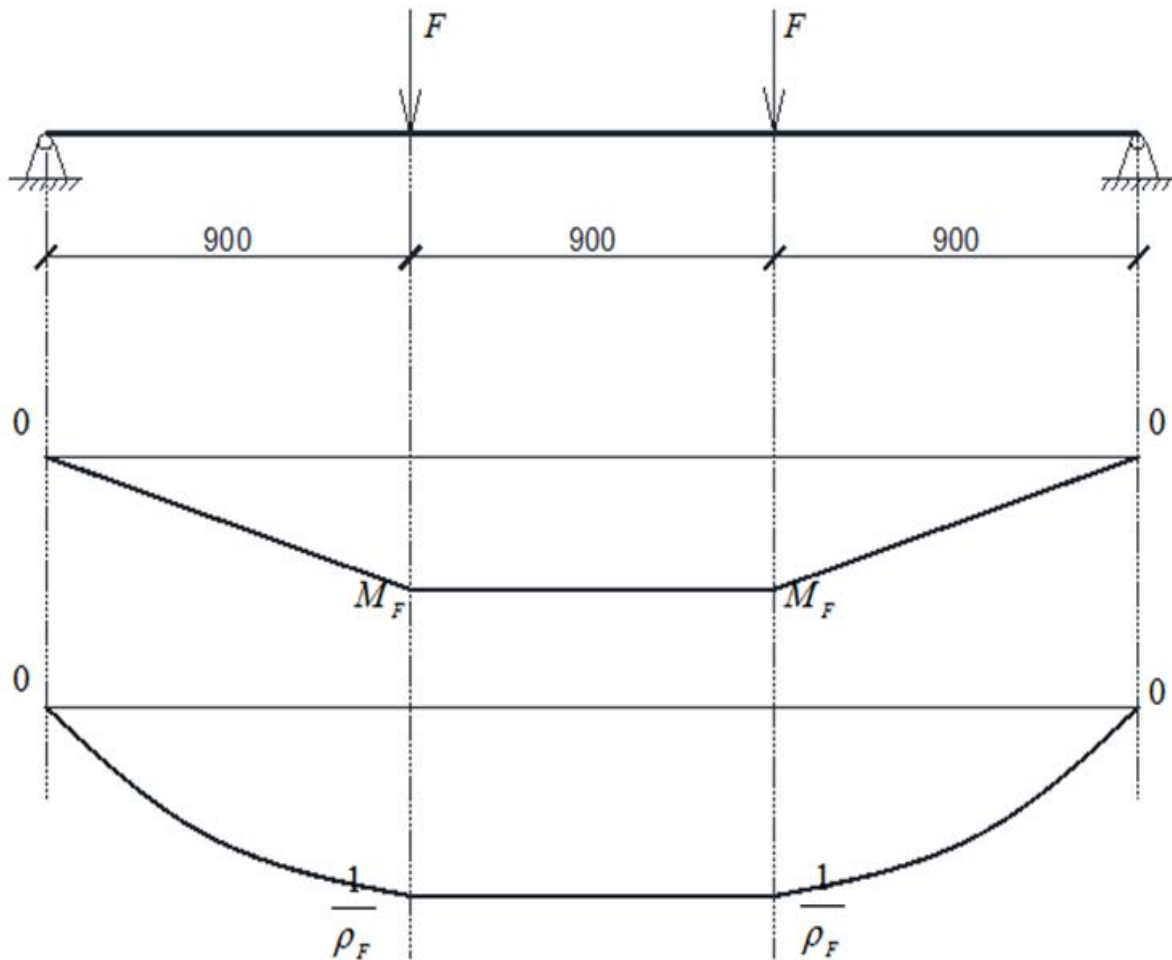


Рис. 2. Розрахункова схема перерізу та зовнішні та внутрішні зусилля

У випадку коли переріз згинального елемента по довжині є незмінним, епюру зміни нейтральної лінії по довжині балки можна схематично зобразити на рис. 3.

Знаючи положення нейтральної лінії, а також залежність моменту до кривини, ми можемо визначити висоту стиснутої зони y_c та розтягнутої зони y_t , в залежності від висоти самого перерізу елемента h

$$y_c = h \cdot (u_c / u_t); \quad (4)$$

$$y_t = h \cdot (u_t / u_c) \quad (5)$$

Відповідно до значень висоти стиснутої та розтягнутої зон можна встановити, які відносні деформації виникають в крайніх волокнах елемента, а також у волокнах самого перерізу. Відносні деформації в крайніх стиснутих та розтягнутих волокнах будуть розраховуватися за формулами

$$u_c = (1/\rho) \cdot y_c; \quad (6)$$

$$u_t = (1/\rho) \cdot y_t \quad (7)$$

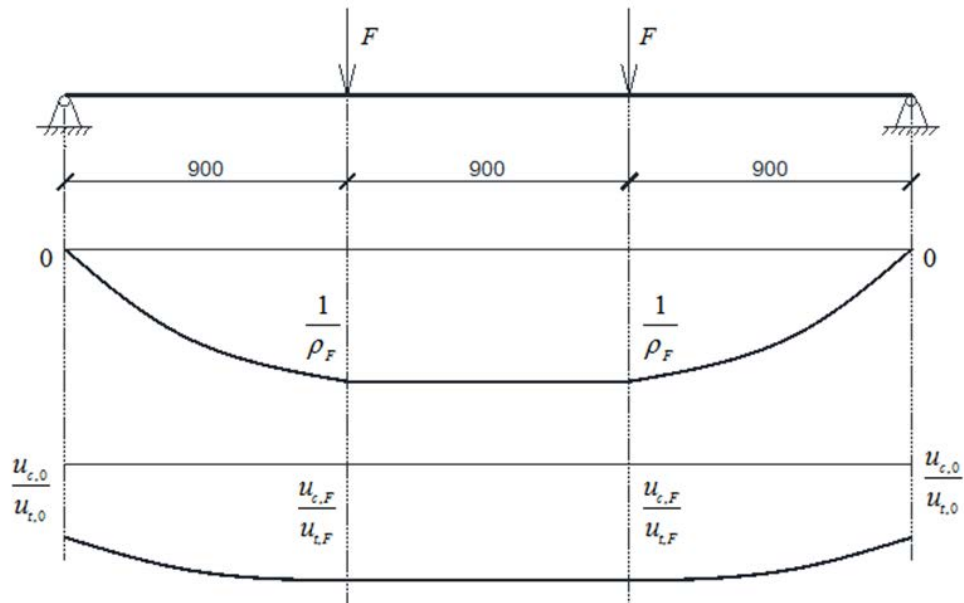


Рис.3. Епюра зміни положення нейтральної лінії по довжині балки

При відомих значеннях крайніх відносних деформацій та висоти зон стиску та розтягу, досить просто визначити зусилля, які сприймає стиснута та розтягнута зона перерізу за раніше написаними формулами [4,5]. Всі ці дані потрібні будуть для моделювання подальшої роботи дерев'яного елемента.

Для визначення повороту балки можна використати два методи: перший варіант - це метод скінченних елементів, розбивши згинальний елемент на скінчену кількість елементів та визначивши поворот кожної з них; другий - проінтегрувати функцію зміни кривини по довжині балки. Обидва варіанти дозволять отримати кут повороту балки до початкового положення.

Якщо балку розділити на рівні частини і визначити на краях цих проміжків кривину, то можна встановити середнє значення кривини на всій ділянці балки.

Нехай ми маємо i – ту ділянку балки довжиною, в якій в кожній точці по довжині виникає кривина (рис.3). Тоді кут повороту двох країв цієї ділянки буде дорівнювати

$$\alpha_i = l_i / \rho_i \quad (8)$$

Як відомо кривина для такої ділянки буде оберненою величиною радіуса, тобто

$$\chi_i = 1 / \rho_i \quad (9)$$

З врахуванням (8) формула (9) прийме вигляд

$$\alpha_i = \chi_i l_i \quad (10)$$

Кут повороту n -ої ділянки виходячи з центру балки можна визначити

$$\alpha_n = \sum_{k=1}^n \alpha_k + \alpha_0 \quad (11)$$

При варіанті диференціювання по довжині балки ми отримаємо, що елементарний кут повороту згинального елемента рівний елементарній довжині згинального елемента помноженого на кривину, яка діє на елементарній ділянці

$$d\alpha = 1/\rho(l)dl \quad (12)$$

Звідси слідує, що кут повороту на ділянці згинального елемента, який накопичується в балці і рівний інтегральному виразу

$$\alpha = \int 1/\rho(l)dl \quad (13)$$

де α - кут повороту нейтральної лінії до початкової нейтральної лінії згинального елемента;

$\rho(l)$ - функція залежності кривини по довжині балки на ділянці згинального елемента.

Для визначення прогину балки слід задатися початковими умовами, так для балки з симетричним навантаженням вихідними даними будуть:

- а) прогин на початку і в кінці балки дорівнюють 0;
- б) кут повороту балки в центрі рівний 0.

Тоді визначення прогину балки буде включати визначення кутів повороту ділянок балки, а також визначення прогинів на кожній ділянці цієї ж балки.

Прогин балки з симетричним навантаженням буде дорівнювати сумі всіх прогинів ділянок з постійною кривиною, а також з початковим прогином точки, з якої ведеться визначення прогину

$$f_n = f_0 + \sum_1^n f_i \quad (14)$$

Визначити прогин для i -ої ділянки можна за формулою

$$f_i = \rho_i \cos\left(\sum_{k=0}^{i-1} \alpha_k\right) - \rho_i \cos\left(\sum_{k=0}^i \alpha_k\right) \quad (15)$$

$$f_i = 1/\chi_i \cos\left(\sum_{k=0}^{i-1} \alpha_k\right) - 1/\chi_i \cos\left(\sum_{k=0}^i \alpha_k\right) \quad (16)$$

При цьому слід виконувати визначення прогинів з точки, де відоме значення початкового кута повороту балки α_0 .

Висновки. 1. Запропоновано послідовність розрахунку дерев'яних балок з послідовним завантаженням.

2. Встановлено напружено-деформований стан таких елементів в різних поперечних перерізах.

3. Запропоновано визначення максимальних дотичних напружень.

4. Наведено методикау знаходження прогинів та кривини елементів.

Список використаних джерел

1. Anshari B., Kitamori A., Guan Z., Jung K., Komatsu K. Structural behaviour of glued laminated beams pre-stressed by compressed wood. *Construction and Building Materials*, 2012, № 29, P. 24-32.
2. ДБН В.2.6-161:2017. Конструкції будинків і споруд. Дерев'яні конструкції. Основні положення. Київ: Укрархбудінформ, 2017. 111с.
3. Eurocode 5. Design of timber structures. Part 1.1. General Rules. General rules and rules for buildings, 1995.
4. Гомон П.С. Апроксимація діаграми «момент-кривина» дерев'яних армованих та неармованих балок прямокутного перерізу. *Містобудування та територіальне планування*. Київ: КНУБА, 2021. Вип. 78. С. 157-165.
5. Гомон П.С., Савицький В.В., Поліщук М.В. Розрахунок напружено-деформованого стану підсилених дерев'яних балок прямокутного перерізу. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Рівне: НУВГП, 2021. Вип. 39. С. 221-229.

candidate of technical sciences, associate professor **Gomon Petro**,
National University of Water and Environmental Engineering, Rivne

MODELING OF WORK OF THE WOODEN BEAM WITH CONSEQUENTIAL LOADING

A detailed analysis of domestic and foreign publications on this issue, as well as building codes of different countries. After reviewing the sources, the main objectives of this article are set.

The sequence of calculation of wooden beams with sequential loading is offered. Modeling of the element consists of the following stages: step-by-step determination of internal forces acting depending on the external load; establishment of stress-strain state in different cross-sections, namely curvature, position of the neutral line, determination of deformations, internal stresses at any point of the stretched and compressed zone; use of the curvature diagram to determine the rotation of the bending wooden element; construction of deviations of a bending element from initial position; search for maximum tangential stresses that may occur in different sections along the length of the beam.

Two methods can be used to determine the rotation of the beam: the first option is the finite element method, breaking the bending element into a finite number of elements and determining the rotation of each of them; the second is to integrate the curvature change function along the length of the beam.

The basic calculation schemes of wooden beams are given and the plots of stresses of their change of the neutral line are constructed.

The stress-strain state of such elements in different cross sections is established. A method for determining the maximum tangential stresses is proposed. The method of finding deflections is given. A method for finding the curvature of the elements is proposed.

The tasks for further research on this issue are given.

Keywords: beam; bending wooden element; bearing capacity; stress-strain state.

REFERENCES

1. Anshari B., Kitamori A., Guan Z., Jung K., Komatsu K. Structural behaviour of glued laminated beams pre-stressed by compressed wood. *Construction and Building Materials*, 2012, № 29, P. 24-32. {in English}.

2. DBN V.2.6-161:2017. *Konstruktsiyi budynkiv i sporud. Derev"yani konstruktsiyi. Osnovni polozhennya*. Kyiv: Ukrarkhbudinform, 2017. 111s. {in Ukrainian}.

3. Eurocode 5. Design of timber structures. Part 1.1. General Rules. General rules and rules for buildings, 1995. {in English}.

4. Homon P.S. Aproksymatsiya diahramy «moment-kryvyna» derev"yanykh armovanykh ta nearmovanykh balok pryamokutnoho pererizu. *Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya*. Kyiv: KNUBA, 2021. Vyp. 78. S. 157-165. {in Ukrainian}.

5. Homon P.S., Savytskyi V.V., Polishchuk M.V. Rozrakhunok napruzhenodeformovanoho stanu pidsylenykh derevianykh balok pryamokutnoho pererizu. *Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy*. Rivne: NUVHP, 2021. Vyp. 39. S. 221-229. {in Ukrainian}.