

DOI: 10.32347/2076-815x.2021.78.157-165

УДК 539.3

к.т.н., доцент **Гомон П.С.**,  
p.s.homon@nuwm.edu.ua, ORCID: 0000-0002-5312-0351, h-index:1,  
Національний університет водного господарства  
та природокористування, м. Рівне,

## АПРОКСИМАЦІЯ ДІАГРАМИ «МОМЕНТ-КРИВИНА» ДЕРЕВ'ЯНИХ АРМОВАНИХ ТА НЕАРМОВАНИХ БАЛОК ПРЯМОКУТНОГО ПЕРЕРІЗУ

*Описано послідовність апроксимації діаграми «момент-кривина» до функції, як для армованого, так і неармованого згинального дерев'яного елемента прямокутного перерізу. Наведено приклад апроксимації діаграм. Приведено приклад апроксимованої функції для теоретичних та експериментальних даних. Описано послідовність апроксимації діаграми до функції. Встановлено основні точки діаграми для достовірності їх опису. Наведено можливості використання функції для моделювання роботи деревини.*

*Ключові слова:* діаграма «момент-кривина»; дерев'яний елемент; армування; несуча здатність.

**Постановка проблеми.** Деревина - це один з найдревніших будівельних матеріалів. Крім того є одним з найуніверсальніших матеріалів, які можна використовувати, як в елементах оздоблення, так і в конструкціях. Її міцнісні характеристики по відношенню до ваги поступаються лише композитним матеріалам. При цьому дерев'яні конструкції можна використовувати в різних видах елементів, які працюють на стиск, згин, розтяг, комбіноване навантаження. Та слід не забувати про їх недоліки, а саме анізотропність, присутність сучків, а також суттєвий вплив шкідників та низьку вогнестійкість. Саме це обумовлює поліпшення властивостей елементів з деревини шляхом їх армування за допомогою арматури, сталевोї та композитної стрічки, композитної арматури чи твердих сортів деревини. Згідно [1] найчастіше використання таких підсилених конструкцій актуальне для балок, крокв, ферм, арок. В статті [2] було описано встановлення напружено-деформованого стану згинальних елементів з використанням повної діаграми деформування деревини, а в статті [3] розглянута послідовність побудови графіку “момент-кривина” для поперечного перерізу. На даний момент діаграми “момент-кривина” поперечного перерізу використовується тільки для визначення критичних точок роботи поперечного перерізу згинального елемента, проте, на мою думку,

діаграма є одною з характеристик перерізу, за допомогою якої можливо врахувати пружно-пластичні властивості деревини та роботу армуючих матеріалів, а також встановити дійсну сумісну роботу матеріалів.

**Постановка завдання.** Розробити методику апроксимації діаграми “момент-кривина” до функції, яку можливо використовувати в розрахунках.

**Викладення основного матеріалу.** Апроксимацію діаграми “момент-кривина” слід здійснювати за такою послідовністю:

1) використовуючи гіпотезу плоских перерізів, необхідно визначити напружено-деформований стан перерізу з врахуванням актуальних моделей роботи матеріалів, які входять в розглядувану конструкцію;

2) за алгоритмом [4] для деревини та [3] - армованої деревини побудувати графік “момент-кривина”;

3) для даного перерізу встановити основні точки діаграми;

4) за допомогою математичних методів провести апроксимацію діаграми до функції;

5) встановити збіжність функцій для визначення точності їх апроксимації, як по всій діаграмі, так і по конкретних її точках.

Тобто апроксимацію слід виконувати за схемою (рис. 1).



Рис. 1 Схема апроксимації діаграми “момент-кривина” деформування перерізу

Приклад апроксимації діаграми “момент-кривина” до функції  $M = f\left(\frac{1}{\rho}\right)$  та зворотної функції  $\frac{1}{\rho} = f(M)$  описані в роботі [3]. За основу була прийнята балка.

Загальна послідовність:

1. *Напружено-деформований стан* підсиленого згинального дерев'яного елемента прямокутного перерізу та розрахунковий переріз згідно [3] наведено відповідно на рис.2 та рис.3.

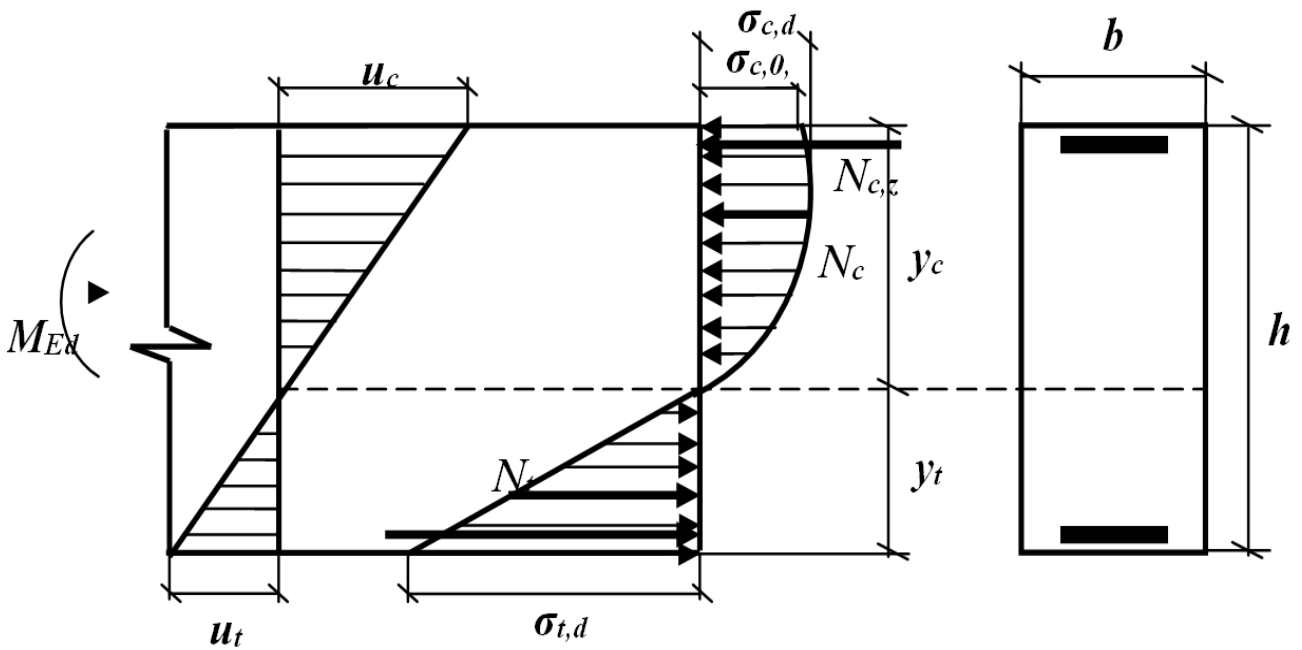


Рис.2. Напружено-деформований стан дерев'яного підсиленого елемента

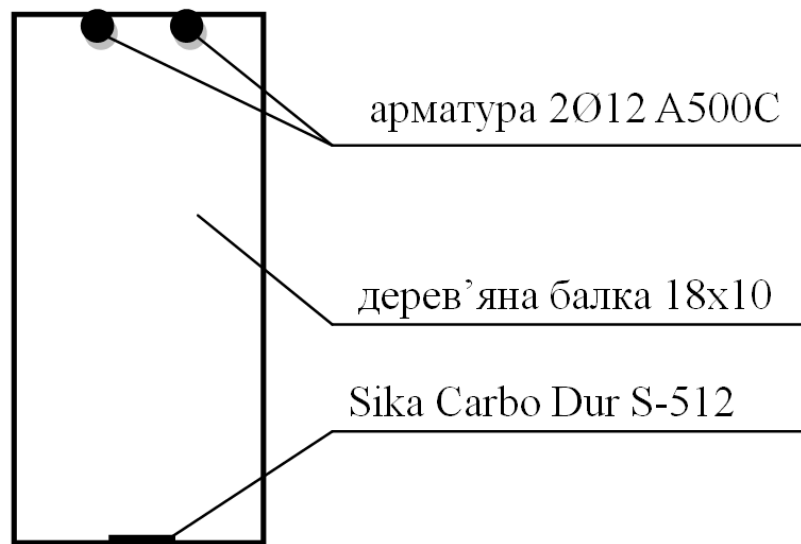


Рис. 3. Поперечний переріз досліджуваної балки

2. Побудова діаграми “момент-кривина”. Для апроксимацій використаємо діаграму “момент-кривина”, яка отримана для досліджуваної балки Б-2 розміром 18x10 см, яка армована арматурою 2\text{\O}12 A500C в стиснутій зоні та стрічкою Sika Carbo Dur S-512 - в розтягнутій [5]. Для побудови діаграми були використані функції стиску та розтягу деревини, які запропоновані в роботі [6]. Діаграма зображена на рис. 4.

3. Встановлення головних точок діаграми. Для даного графіку визначимо основні точки, а саме: початок діаграми - координати  $M_1 = 0$ ,  $\frac{1}{\rho_1} = 0$ ; точка, яка відповідає експлуатаційному рівню навантаження (приблизно 0,6 від

максимального значення моменту)  $M_2 = 23,81 \text{кНм}$ ,  $1/\rho_2 = 52 \text{см}^{-1}$ ; точка максимального моменту  $M_3 = 30,48 \text{кНм}$ , яка наступає за кривини  $1/\rho_3 = 82,3 \text{см}^{-1}$ .

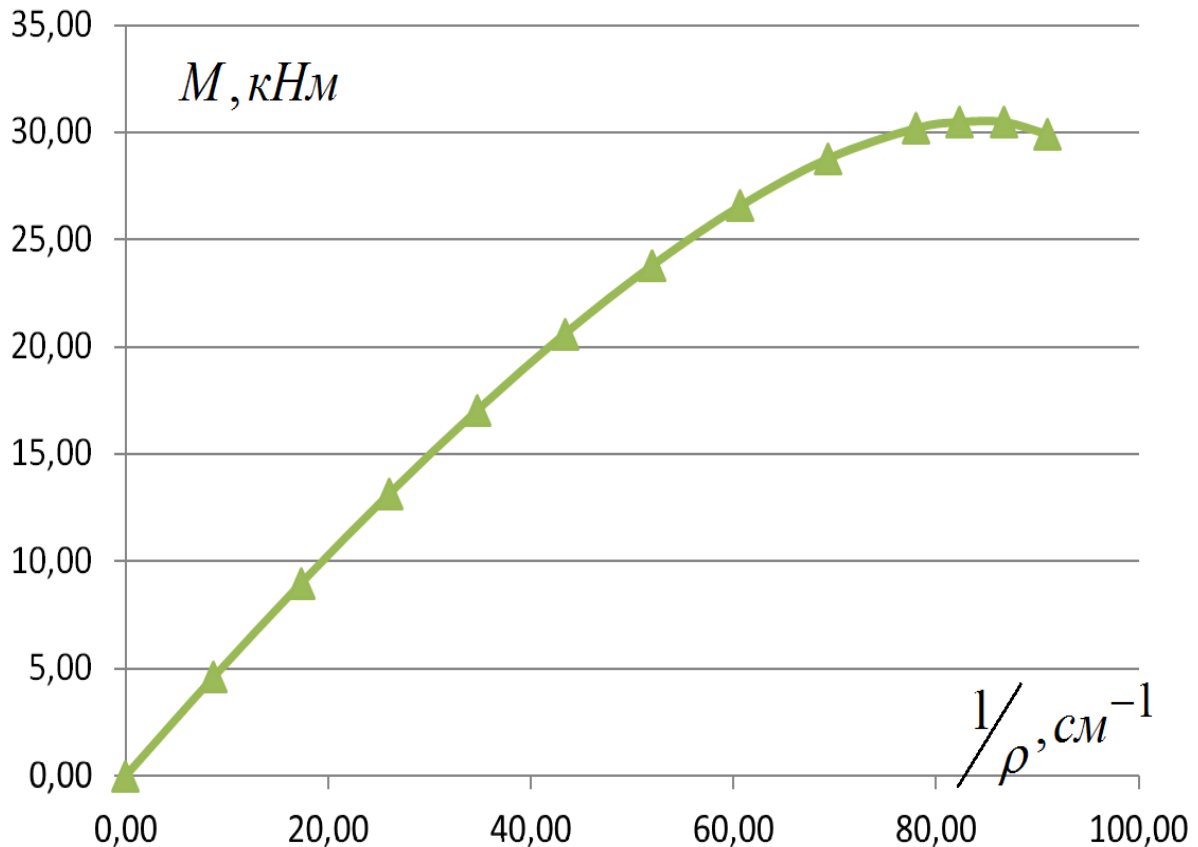


Рис. 4. Діаграма «момент-кривина» поперечного перерізу балки, яка армована арматурою діаметром 12 мм в стиснутій зоні та стрічкою Sika Carbo Dur в розтягнутій

4. *Апроксимація* включає перетворення діаграми “момент-кривина” в функцію. В даному випадку для опису трьох точок достатньо функцію полінома другого степеня. Використовуючи математичні інструменти, встановимо функцію для опису діаграми

$$M = 0,607 \cdot \frac{1}{\rho} - 0,00289 \cdot \left(\frac{1}{\rho}\right)^2 \quad (1)$$

5. *Збіжність функції та діаграми.* Збіжність функції та діаграми зобразимо за допомогою графіків (рис. 5), а також наведемо їх статистичну оцінку (табл.1).

Середнє значення відхилення склало  $\Delta_{сер} = 0,39 \text{кНм}$ , що складає не більше 1,28% від максимального значення моменту.

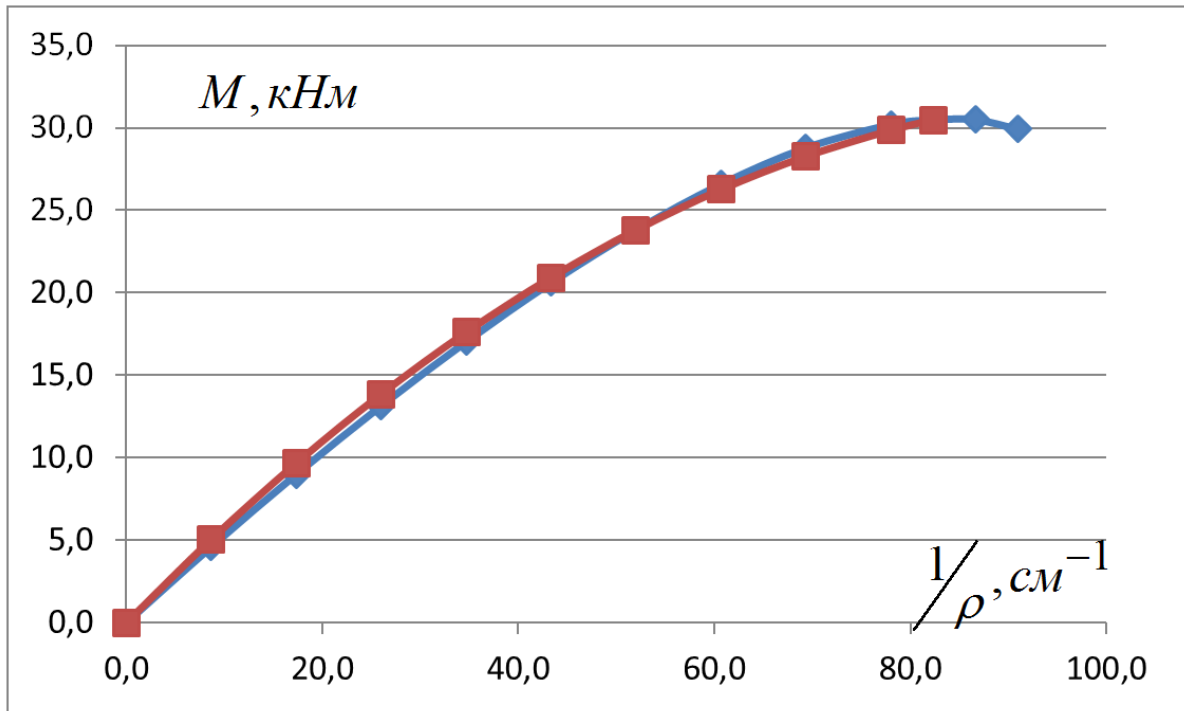


Рис. 4. Порівняння діаграми «момент-кривина» та отриманої шляхом апроксимації функції

$$M = f\left(\frac{1}{\rho}\right)$$

Таблиця 1

Статистична оцінка

	Рівень завантаження в поперечному перерізу армованої балки, %									
	15	29	43	56	68	78	87	94	99	100
Кривина, $\frac{1}{\rho}, \text{см}^{-1}$	8,67	17,33	26,00	34,67	43,33	52,00	60,67	69,33	78,00	82,33
Реальний момент, $M, \text{кНм}$	4,60	8,99	13,15	17,03	20,61	23,81	26,57	28,78	30,19	30,48
Отриманий момент, $M, \text{кНм}$	5,05	9,67	13,85	17,61	20,92	23,81	26,25	28,27	29,85	30,48
Відхилення, $\Delta, \text{кНм}$	0,45	0,68	0,71	0,58	0,31	0,00	0,32	0,51	0,34	0,00
Відхилення у відсотках	9,9	7,6	5,4	3,4	1,5	0,0	1,2	1,8	1,1	0,0

**Висновки.** 1. Описано систему апроксимації діаграми «момент-кривина» до функції для підсиленого згинального дерев'яного елемента.

2. Наведено приклад апроксимації діаграми для підсиленої дерев'яної балки арматурою та композитною стрічкою.

3. Проведено порівняння діаграми та функції, що описує графік «момент-кривина». Встановлено, що даною методикою можна спростити діаграму «момент-кривина» до елементарної степеневі функції (в даному прикладі 2-х степеневі). Встановлено, що діаграма та функція мають середнє відхилення по діаграмі в розмірі  $\Delta_{сер} = 0,39, кНм$ , а загальне відхилення у відсотках склало 1,28%. В зв'язку з цим можна зробити висновок, що функція має достатню збіжність для використання її в подальших розрахунках.

### Список використаних джерел

1. Рощина С.И. «Армированные деревянные конструкции». Архитектура и строительство России, 2008. С. 34-39с.
2. Гомон П.С., Савицький В.В., Поліщук М.В. Розрахунок напружено-деформованого стану підсилених дерев'яних балок прямокутного перерізу. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Рівне: НУВГП, 2021. Вип. 39. С. 221-229.
3. Гомон П.С. Особливості побудови діаграми «момент-кривина» підсилених балок з деревини прямокутного перерізу. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Рівне: НУВГП, 2021. Вип. 39. С. 230-235.
4. Gomon S., Gomon S., Karavan V., Gomon P., Podhorecki A. Calculated cross-sectional model and stages of the stress-strain state of the wood element for transverse bending // AIP Conference Proceedings 2077, 020019 (2019).
5. Патент на корисну модель № 135229 Україна, МПК E04C 3/12 (2006.01). Клеєна дерев'яна балка / Гомон С.С., Поліщук М.В.; заявники і власники Національний університет водного господарства та природокористування, Гомон С.С., Поліщук М.В. -№ и 201900104; заяв. 03.01.2019; опубл. 25.06.2019, Бюл. №12.
6. Гомон С.С. Напружено-деформований стан і розрахунок за деформаційною методикою елементів з деревини при одноразових та повторних навантаженнях: монографія. Рівне: Волинські обереги, 2019. 288 с.
7. Гомон С.С., Гомон П.С., Верешко О.В. До визначення критичних деформацій хвойних та листяних порід деревини. Містобудування та територіальне планування. Київ: КНУБА, 2020. Вип. 73. С. 78-87.
8. Sobczak-Piąstka J., Gomon S.S., Polishchuk M., Gomon S., Gomon P., Karavan V. Deformability of Glued Laminated Beams with Combined Reinforcement. Buildings 2020, 10, 92.
9. Gomon S., Gomon S., Gomon P., Shkirenko S. The Basis of the Deformation Method for Calculating of Elements from Wood under Cross-Section Bending.

International Journal of Engineering & Technology. 2018. Vol.7 (4.8). P. 109-114.

10. Гомон С.С., Гомон П.С., Гомон С.С. Універсальний метод визначення напружень в стиснутій зоні дерев'яних балок прямокутної форми на основі їх деформування. Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences. Budapest, 2020 Feb. VIII(27). Issue: 224. P. 10-12.

к.т.н., доцент **Гомон П.С.**,  
Национальный университет водного хозяйства  
и природопользования, г. Ровно

### **АППРОКСИМАЦИЯ ДИАГРАММЫ «МОМЕНТ-КРИВИЗНА» ДЕРЕВЯННЫХ АРМИРОВАННЫХ И НЕАРМИРОВАННЫХ БАЛОК ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ**

Описаны последовательность аппроксимации диаграммы «момент-кривизна» к функции, как для армированного, так и неармированного изгибающего деревянного элемента прямоугольного сечения. Приведен пример аппроксимации диаграмм. Приведены пример аппроксимированной функции для теоретических и экспериментальных данных. Описаны последовательность аппроксимации диаграммы к функции. Установлены основные точки диаграммы для достоверности их описания. Приведены возможности использования функции для моделирования работы древесины.

Ключевые слова: диаграмма «момент-кривизна»; деревянный элемент; армирование; несущая способность.

candidate of technical sciences, associate professor **Gomon Petro**,  
National University of Water and Environmental Engineering, Rivne

### **APPROXIMATIONS OF THE TORQUE-CURVITY DIAGRAM RECTANGULAR CROSS-SECTION WOODEN REINFORCED AND NON- REINFORCED BEAMS**

The sequence of approximation of the "torque-curvature" diagram to the function is described for a reinforced and unreinforced bending wooden element of rectangular cross-section. It has been established that for the approximation it is necessary to go through the following sequence: 1) using the hypothesis of flat sections, determine the stress-strain state of the section, taking into account the current models of the work of the materials included in the structure under consideration; 2) build a graph

"torque-curvature" according to the previously given algorithms; 3) for a given section, establish the main points of the diagram; 4) to carry out the approximation of the diagram to the function using mathematical methods; 5) confirm the convergence of functions to determine the accuracy of their approximation, over the entire diagram and at specific points of the diagram. An example of diagram approximation is given. An example of an approximated function for theoretical and experimental data is given. The sequence of approximation of the diagram to the function is described. The main points of the diagram are established for their reliable description. The possibility of using the function to simulate the work of wood is indicated. A comparison is made between the diagram and the function that describe the "torque-curvature" graph. It was found that this technique can simplify the "torque-curvature" diagram to an elementary power function (in this example, two-degree). It was found that the diagram and the function have an average deviation in the diagram in size  $\Delta = 0,39kNm$ , and the total deviation in percentage was less than 1.28%. In this regard, we can conclude that the function has sufficient similarity to use it in further calculations.

Keywords: "torque-curvature" diagram; wooden element; reinforcement; strength of building element.

## REFERENCES

1. Roshchina S. I. «Armirovannyye derevyannyye konstruktsii». Arkhitektura i stroitel'stvo Rossii, 2008. S. 34-39s. {In Russian}.
2. Homon P.S., Savytskyi V.V., Polishchuk M.V. Rozrakhunok napruzhenodeformovanoho stanu pidsylenykh derevianykh balok priamokutnoho pererizu. Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy. Rivne: NUVHP, 2021. Vyp. 39. S. 221-229. {In Ukrainian}.
3. Homon P.S. Osoblyvosti pobudovy diahramy «moment-kryvyna» pidsylenykh balok z derevyny priamokutnoho pererizu. Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy. Rivne: NUVHP, 2021. Vyp. 39. S. 230-235. {In Ukrainian}.
4. Gomon S., Gomon S., Karavan V., Gomon P., Podhorecki A. Calculated cross-sectional model and stages of the stress-strain state of the wood element for transverse bending // AIP Conference Proceedings 2077, 020019 (2019). {In English}.
5. Patent na korysnu model № 135229 Ukraina, MPK E04S 3/12 (2006.01). Kleiena dereviana balka / Homon S.S., Polishchuk M.V.; zaiavnyky i vlasnyky Natsionalnyi universytet vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia, Homon S.S., Polishchuk M.V. -№ u 201900104; zaiav. 03.01.2019; opubl. 25.06.2019, Biul. №12. {In Ukrainian}.



6. Homon S. S. Napruzhenno-deformovanyi stan i rozrakhunok za deformatsiinoiu metodykoiu elementiv z derevyny pry odnorazovykh ta povtornykh navantazhenniakh: monohrafiia. Rivne : Volynski oberehy, 2019. 288 s. {In Ukrainian}.

7. Homon S.S., Homon P.S., Vereshko O.V. Do vyznachennia krytychnykh deformatsii khvoinykh ta lystianykh porid derevyny. Mistobuduvannia ta terytorialne planuvannia. Kyiv: KNUBA, 2020. Vyp. 73. S. 78-87. {In Ukrainian}.

8. Sobczak-Piąstka J., Gomon S.S., Polishchuk M., Homon S., Gomon P., Karavan V. Deformability of Glued Laminated Beams with Combined Reinforcement. Buildings 2020, 10, 92. {In English}.

9. Gomon S., Gomon S., Gomon P., Shkirenko S. The Basis of the Deformation Method for Calculating of Elements from Wood under Cross-Section Bending. International Journal of Engineering & Technology. 2018. Vol.7 (4.8). P. 109-114. {In English}.

10. Homon S.S., Homon P.S., Homon S.S. Universalnyi metod vyznachennia napruzhen v stysnutii zoni derevianykh balok priamokutnoi formy na osnovi yikh deformuvannia. Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences. Budapest, 2020 Feb. VIII(27). Issue: 224. P. 10-12. {In Ukrainian}.