

DOI: 10.32347/2076-815x.2021.78.130-145

УДК 528.482.5

к.т.н., доцент **Гладілін В.М.**,  
Vgladilin.55@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-0492-3510,  
к.ек.н., доцент **Сіроштан Т.М.**, tanya@i.a, ORCID ID: 0000-0001-6791-7081,  
Білоцерківський національний аграрний університет,  
**Шудра Н.С.**, shudranatasha1984@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5416-7680,  
**Чуланов П.О.**, chulanov.po@knuba.edu.ua ,ORCID:0000-0002-6735-3770,  
Київський національний університет будівництва і архітектури

## ВИЗНАЧЕННЯ ФОРМИ РОЗПОДІЛУ ПОМИЛОК ГЕОДЕЗИЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ

*Промислове обладнання є динамічною системою і має деформації не тільки при монтажу, але й при експлуатації. Під впливом змінного навантаження і зміщення центру ваги, ґрунт під фундаментом нерівномірно осідає, а відповідно і обладнання нерівномірно деформує, що є загрозою до обладнання, більшому навантаженню відповідає більше осідання і більші деформації.*

*Виділення часткових деформацій із повної має значення для визначення елементів рихтування обладнання для його безперебійної та безаварійної експлуатації. Наявність значної загальної деформації не впливає на експлуатаційні характеристики обладнання. Найбільш критичними деформаціями є часткові деформації. Абсолютні вертикальні деформації обчислюються як різниця осідань між суміжними деформаційними марками, які закріплені на обладнанні у одному і тому ж циклі вимірювань.*

*Порівнюючи величини деформацій з допустимими за технічними умовами, приймають рішення про необхідність рихтування і юстирування обладнання.*

*Точність встановлення характеризується величиною допуску 0.1 – 0.5 мм на взаємне положення обладнання, яке взаємопов'язано монтується на відстані в декілька десятків або сотень метрів. Для монтажу обладнання з такою точністю виконують спеціальні геодезичні роботи з використанням спеціально розроблених для цієї мети методів і технічних засобів вимірювань в геодезії, метрології і машинобудуванні.*

*Можливі принципово різні схеми і методи встановлення обладнання, вибір яких залежить від його компоновки, характеру виробництва і точності взаємозв'язку окремих елементів обладнання, які входять в єдиний технологічний комплекс, будівельно - монтажних умов, а також від умов експлуатації. Багато схем встановлення передбачають застосування відомих*

методів геодезичного розмічування: метод полярних координат, прямокутних координат, куткових та лінійних засічок, створних вимірювань. Висока точність цих методів досягається при створення особливо точної геодезичної основи з застосуванням високоточних засобів вимірювання кутів і відстаней, які зменшують вплив різноманітних систематичних і випадкових помилок вимірювань.

*Ключові слова:* деформація (повна; загальна; часткова); геодезичні вимірювання

**Постановка проблеми.** Всі геометричні параметри монтажу прецизійного технологічного обладнання одержують із вимірювань геодезичних побудов з наступною їх обробкою та оцінкою. В результаті вимірювань одержимо ряд виміряних величин:

$$x_1, p_1, x_2, p_2, \dots, x_n, p_n, \quad (1)$$

де  $x_1, x_2, \dots, x_n$  - виміряні величини;  $p_1, p_2, \dots, p_n$  - ваги (розподіл імовірностей) виміряних величин. Ваги виміряних величин визначити доволі важко, але доволі часто виміряним величинам, які одержані при однакових умовах вимірювань, призначають ваги, які дорівнюють одиниці,  $p_1 = p_2 = \dots = p_n = 1$ , або рівні приведені ваги  $p_1 = p_2 = \dots = p_n = 1/n$ , що частіше за все викривляє розподіл імовірностей виміряних величин. Щоби усунути ці недоліки, пропонується алгоритм встановлення щільності імовірності виміряних величин. В геодезичних побудовах виділимо такі етапи обробки результатів вимірювань (які наведені на рис. 1).

1 етап. Зняття інформації з апаратури, яка реєструє вимірювані значення (теодоліта, нівеліра, тахеометра) або з постійного носія і порівняння об'єкта вимірювання з робочою мірою (безпосереднє відрахування на шкалах або з магнітної стрічки (магнітного диску, флешки)), переклад її в числовий код ЕОМ і посилення в пам'ять ЕОМ при машинній обробці.

2 етап. Первинна обробка. Вміщує нормування даних вимірювань, приведення до визначеної системи відліку, статистичну обробку з оцінкою степені довіри, фільтрацію, відбракування. Ціллю є одержання вихідних результатів (наприклад, графік вихідної кривої, координати пунктів, які визначаються, деформації споруд і обладнання) експерименту.

3 етап. Інтерпретація одержаних вихідних результатів, яка є оцінкою шуканих характеристик моделі фізичного об'єкту, який вивчається або процесу (горизонтальних і вертикальних зміщень (деформацій)).

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** При геодезичних вимірюваннях часто реєструються не цікавлячи нас характеристики явищ  $p$ , а лише їх функціонально залежні або стохастичні прояви  $F = Ap$ , то задача з інтерпретації зводиться до рішення рівняння  $Ap = F$ , де  $F$  – величини які вимірюються (з деякою помилкою),  $A$  – оператор перетворення (матриця у випадку алгебраїчних рівнянь),  $p$  – шукані величини.

Для обчислення горизонтальних і вертикальних зміщень і деформацій промислового обладнання визначають координати точок цього обладнання різними методами (геодезичними). В багатьох випадках ця задача є некоректно поставленою [3].

Для розрахунку точності геодезичних вимірювань при проектуванні та зрівнюванні геодезичних мереж та побудов, оцінки виміряних величин необхідно знати закони розподілу щільності імовірностей та їх характеристики.

**Мета роботи.** В теперішній час при розрахунках і оцінках точності вимірювань користуються законом нормального розподілу [1], який є лімітом, до якого асимптотично наближується сума інших натурних розподілів, що не зовсім точно відображає структуру виміряних величин, при невеликому обсязі вимірів. Щоб виправити це положення, необхідно обчислення виконувати з урахуванням структури розподілу.

Оцінками результатів вимірювань є:

математичне сподівання  $M(X)$ ;

дисперсія  $D(X)$ ;

стандартне відхилення  $\sigma = \sqrt{D(X)}$ ;

асиметрія  $S(X)$ ;

ексцес  $E(X)$ .

Математичне сподівання обчислюється завжди, частіше його замінюють середнім арифметичним. Дисперсія є мірою розсіяння виміряних величин навколо математичного сподівання (середнього арифметичного, середнього вагового, середнього структурного). Асиметрію і ексцес обчислюють рідше і хоча вони кількісні характеристики розподілу, але не мають наглядності і при нормальному законі розподілу асиметрія (а й при деяких інших) дорівнює нулю. Не завжди виміряні величини підкоряються нормальному закону розподілу, особливо при невеликій кількості вимірювань.

**Результат досліджень.** Задачу теорії імовірностей в геодезичних вимірюваннях можливо описати такою схемою: відомий склад вибірки і закон розподілу імовірності, необхідно для заданої схеми експерименту оцінити імовірність одержання максимально правдоподібного значення експерименту. Математична статистика вирішує обернену задачу: за результатами вимірів

визначають властивості закону розподілу. Повною характеристикою закону розподілу є щільність розподілу імовірності.

Кожній реалізації  $t$  вибірки  $T$  обмеженого обсягу  $n$  можливо поставити відповідно впорядковану послідовність

$$t_1 < t_2 < \dots < t_n \in T \quad (2)$$

яка одержана із вибірки (1) шляхом сортування вимірних величин за зростанням

У відповідності з визначенням функцією щільності імовірності є така функція  $p(\tau)$ , інтеграл якої дорівнює функції розподілу

$$\int_{en1}^{en2} \theta(t - \tau)p(\tau)d\tau = F(t) \quad (3)$$

Таким чином, щільність імовірності  $p(\tau)$  є рішення інтегрального рівняння Фредгольма першого роду, тобто оцінити функцію щільності по вибірці обмеженого обсягу – це знайти наближене рішення рівняння (3). Відшукання точного рішення може бути при наявності точної правої частини - функції розподілу  $F(t)$ . В даному випадку точна функція  $F(t)$  невідома, а є тільки вибірка  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , обмеженого обсягу  $n$ . Рішення  $p(\tau)$  шукаємо в класі неперервних на відрізку  $[en1, en2]$  функцій, будемо шукати усічений розподіл, задавши достатньо широкий інтервал  $[en1, en2]$ , який задається дослідником.

Відхилення правих частин одну від одної оцінимо в квадратичній метриці

$$m_F(F_1, F_2) = \sqrt{\left\{ \int_{en1}^{en2} [F_1(t) - F_2(t)]^2 dt \right\}}, \quad (4)$$

а відхилення рішень – в рівномірній метриці

$$m_p(p_1, p_2) = \max_{t \in [en1, en2]} |p_1(\tau) - p_2(\tau)|. \quad (5)$$

Для кожної реалізації  $t$  вибірки  $T$  функція  $F_n(t)$  однозначно визначена і володіє всіма можливостями функції розподілу: зростає від 0 до 1 і неперервна справа, при цьому вона шматково – лінійна і зростає тільки в точках послідовності (2), при строгому виконанні нерівності (2) функція  $F_n(t)$  задається співвідношенням

$$F_n(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_k \\ \frac{1}{n} & \text{при } t_k < t < t_{k+1} \\ 1 & \text{при } t > t_n \\ k = 1, 2, \dots, n - 1 \end{cases}, \quad (6)$$

тобто величини стрибків дорівнюють  $1/n$ .

В загальному випадку у відповідності з теоремою Гливленко – Кантеллі емпірична функція розподілу

$$F_n(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \theta(t - t_i), \quad (7)$$

при достатньо великому  $n$  скільки завгодно близько наближається до  $F(t)$  з імовірністю близькою до одиниці.

В рівняннях (3) і (7)  $\theta(t)$  – функція одиничного стрибка (функція Хевісайда)

$$\theta(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq 0 \\ 1 & \text{при } t > 0 \end{cases}. \quad (8)$$

Але ми маємо вибірку обмеженого обсягу, тому рівняння (3) вирішується наближено. Задача відшукування наближеного рішення рівняння по наближеній правій частині відноситься до некоректно поставлених задач, оскільки невеликі зміни аргументу можуть привести до значних змін функції.

Для відшукування наближеного рішення некоректної задачі

$$Ap(\tau) = F(t), \quad (9)$$

де  $A$  – оператор переходу від диференційної функції розподілу до інтегральної функції розподілу у випадку коли права частина задана у точках  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_l$  з точністю до випадкової незалежної помилки

$$y_i = F(\tau_i) + \xi_i. \quad (10)$$

Методом структурної мінімізації ризику знайдемо мінімум по  $N$  і  $\lambda$  функціоналу

$$J(N, \lambda) = \left| \frac{\frac{1}{l} [Y - F(\lambda)]^T R Y^{-1} [Y - F(\lambda)]}{1 - \sqrt{\frac{(N+1)[1 + \ln l - \ln(N+1) - \ln \eta]}{l}}} \right|. \quad (11)$$

Виміряємо в точках  $\tau_i = i\pi/(2(l+1))$ ;  $i = 1, 2, \dots, l$ , значення емпіричної функції розподілу  $F_n(t)$  будемо розглядати як  $F(t)$  плюс деяка помилка і вираз (10) набуде вигляду

$$y_i = F_n(t_i) = F(\tau_i) + \xi_i. \quad (12)$$

У функціоналі емпіричного ризику (11)

$$Y = \{Y_1, \dots, Y_l\}; Y_i = y_i - \int_0^{\tau_i} \frac{\varphi_1(t)}{\psi_1} dt; F(\lambda) = \{F_i^\lambda\};$$

$$F_i^\lambda = \int_0^{\tau_i} \left\{ \sum_{j=2}^N \lambda_j \left[ \varphi_j(t) - \frac{\psi_j}{\psi_1} \varphi_1(t) \right] dt \right\}; \psi_j = \int_0^1 \varphi_j(t) dt$$

мінімум функції (11) розшукується за найбільш підходящою довірчою імовірністю  $\eta = 0.9973$ , але для цього необхідно мати більше 730 вимірювань у відповідності з формулою (24).

Обернена коваріаційна матриця  $Ry^{-1}$  вектора  $y$

$$Ry^{-1} = \begin{pmatrix} r_1\rho_1 0 & . & 0 & 0 & 0 \\ \rho_1 r_2 \rho_2 & . & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 r_3 & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & . & \rho_{l-2} r_{l-1} \rho_{l-1} \\ 0 & 0 & 0 & . & 0 & \rho_{l-1} r_l \end{pmatrix}, \quad (13)$$

де

$$r_1 = \frac{nF(\tau_2)}{F(\tau_1)[F(\tau_2)-F(\tau_1)]}; \quad r_l = \frac{n[1-F(\tau_{l-1})]}{[1-F(\tau_l)][F(\tau_l)-F(\tau_{l-1})]};$$

$$r_i = \frac{n[F(\tau_i) - F(\tau_{i-2})]}{[F(\tau_i) - F(\tau_{i-1})][F(\tau_{i-1}) - F(\tau_{i-2})]};$$

$$\rho_i = -\frac{n}{F(\tau_{i+1}) - F(\tau_i)};$$

тут  $i = 1, 2, \dots, l - 1; \quad l = 5n/\ln(n)$ .

Із виразу (13) для оберненої коваріаційної матриці випливає, що її коефіцієнти залежать від невідомої функції  $F(t)$ , похідна від якої є щільність імовірності

$$p^{(N)}(t) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \varphi_j(t). \quad (14)$$

Степінь складності оцінки, тобто кількість членів розкладання  $N$  вибирається в залежності від обсягу вибірки  $n$ , за допомогою метода структурної мінімізації емпіричного ризику у відповідності з формулою (11)

Щільність імовірності знайдемо у вигляді розкладання по базисним функціям  $\varphi_j(t)$  методом найменших квадратів [2]. Мінімум функціоналу (11) шукаємо при кожному  $N$  при умові

$$\int_0^1 [\sum_{j=1}^N \lambda_j \varphi_j(t)] dt = 1, \quad (15)$$

тобто площа, яка обмежена кривою щільності розподілу повинна дорівнювати одиниці. В формулі (15) базисна функція, яка задається має вигляд

$$\varphi_j(t) = \sqrt{\frac{4}{\pi}} \cos\left((2j-1)\frac{\pi}{2}t\right); t \in [0, 1]; j = 1, 2, \dots, N. \quad (16)$$

Одержаний варіаційний ряд (2) приведемо до інтервалу  $[0, 1]$  за формулою

$$T(n) = \frac{(t_n - A)}{(B - A)}; \quad (17)$$

$$A = \min_n\{t_n\} - en1 \cdot v; B = \max_n\{t_n\} + en2 \cdot v; \quad (18)$$

$$v = \left[\frac{(\max_n\{t_n\} - \min_n\{t_n\})}{n-1}\right], \quad (19)$$

де  $en1, en2$  – лівий і правий коефіцієнти розмаху розподілу навколо математичного сподівання (середнього арифметичного, структурного середнього); щільність  $p(t)$  розраховуємо в інтервалі  $t \in [A, B]$ , в загальному випадку  $A \neq B$ . Фактично розподіл знаходиться в інтервалі  $[-\infty, \infty]$ , але значення коефіцієнтів можливо приймати в інтервалі  $0 < en1, en2 \leq 6$ . Для того, щоб точніше знайти значення коефіцієнтів  $en1, en2$  визначимо лівий  $z_L$  і правий  $z_R$  структурні коефіцієнти інтервалів розподілу за формулами

$$z_L = \frac{(A - t_{c.cep})}{\sigma_{c.cep}}; z_R = \frac{(B - t_{c.cep})}{\sigma_{c.cep}}; z_o = \text{ABS}\left(\frac{z_L}{z_R}\right) = 1,$$

при умові, що відношення  $z_o = 1$ . Призначимо  $en1 = en2 = \pm 2$ , одержимо  $z_o = 0,74609$ , призначимо  $en1 = en2 = \pm 3$ , одержимо  $z_o = 1,00879$ , призначимо  $en1 = en2 = \pm 4$ , одержимо  $z_o = 1,08156$ , призначимо  $en1 = en2 = \pm 5$ , одержимо  $z_o = 1,13704$ . Методом підбору одержано  $en1 = -3,62, en2 = +3,359$ , таким чином  $z_L = -2,20398, z_R = 2,20012$  і  $z_o = 1,00175$ , яке найближче підходить до одиниці, при цих значеннях  $en1 = -3,62, en2 = +3,359$  обчислені за формулами (19) і (18) значення  $[A, B]$

$$v = [7,8 - (-6,2)]/19 = 0,73684;$$

$$A = -6,2 - 3,62 \cdot 0,73684 = -8,8674;$$

$$B = 7,8 + 3,359 \cdot 0,73684 = 10,2751.$$

Значення  $A$  і  $B$  і проміжні значення  $t$  виразу (2) занесені у таблицю 2.

Одержані значення щільності імовірності перевіримо на нормальний закон розподілу у відповідності із критерієм згоди Пірсона  $\chi^2$ .

Процес геодезичних вимірювань [2] являє собою одержання повідомлення, передачу його у вигляді сигналу (відліку по шкалі приладу), прийом сигналу та його обробку. Вимірювані сигнали відрізняються від сигналів зв'язку тому, що при порівнянні вимірюваної величини з робочою мірою виникають два сигнали – еталонний і вимірний (який порівнюється з еталонним) В кільцях вимірного ланцюга перетворення сигналів відбувається

за законами теорії інформатики. В процесі вимірювань геодезичний прилад слугує для прийому та/або обробки інформації, яка виконується за три етапи (рис. 1). Вимірювальний прилад в процесі вимірювань включається в ланцюг, в який входять: об'єкт вимірювання, прилад (апарат, інструмент) який приймає та аналізує результати вимірювань. Ланцюг включає зовнішнє середовище, його розглянемо з позицій теорії інформатики як кільце передачі вимірювального сигналу. Ланцюг передачі і обробки вимірювального сигналу наведений на рис. 1.

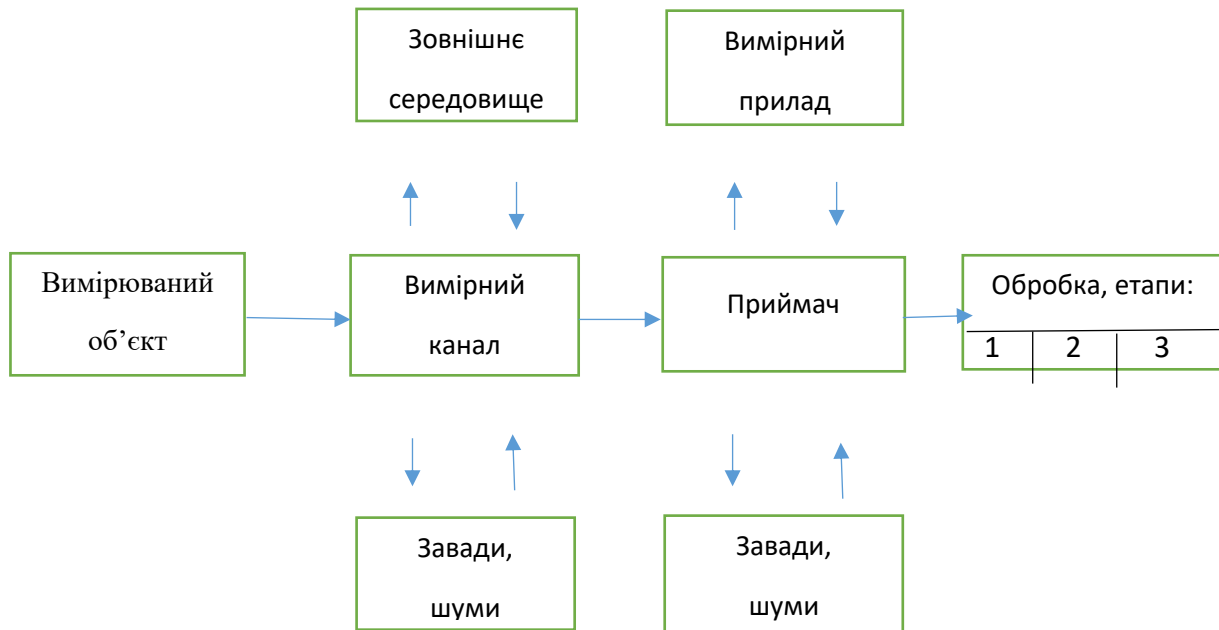


Рис. 1. Узагальнений ланцюг передачі інформації (вимірюваного сигналу)

Виміряна величина за своїми розмірами є випадковою величиною, помилки її вимірювання теж випадкові (при усуненні систематичної складової частини помилки). Випадковий стан об'єкта вимірювання і його помилок приводить до деякої невизначеності, але перед вимірюваннями відомо, що величина, яку вимірюють лежить в деяких межах, а її значення необхідно одержати з деяким ступенем точності, одержана попередня інформація о розмірах об'єкту зменшує невизначеність, а очікувана помилка покаже межі цієї невизначеності, тобто чим точніше результат вимірювань, тим більша кількість інформації про об'єкт, який вимірюється.

Для кількості інформації визначаюча міра невизначеності – ентропія. Одержана кількість інформації про об'єкт зменшує невизначеність. Міра невизначеності не залежить від конкретних значень незалежної величини і пов'язана з законом розподілу імовірності. Мірою невизначеності об'єкта із



множиною станів (вимірних величин (1)) є функціонал, який визначає ентропію

$$H(X) = H(p_1, p_2, \dots, p_n) = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i \quad (20)$$

Для визначення форми розподілу помилок геодезичних вимірювань визначимо значення коефіцієнту ентропії за відомою формулою

$$K_E = \frac{Dn}{2\sigma} 10^{-\frac{1}{n} \sum_{i=1}^L n_i \lg n_i}, \quad (21)$$

де  $D$  – ширина стовпця гістограми;  $n$  – обсяг вибірки;  $\sigma$  – середня квадратична помилка вимірних величин;  $L$  – кількість стовпчиків гістограми;  $n_i$  – кількість значень, які попали в  $i$  – стовпчик ( $i = 1, \dots, L$ ).

Контр ексцес визначимо за формулою

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{E(X)}}, \quad (22)$$

який при будь-яких відомих розподілах у яких  $E(X) \geq 1$  знаходиться в інтервалі  $[0, 1]$ .

Асиметрія для всіх центрованих вимірних величин дорівнює нулю,  $S(X) = 0$  тому вона не може структурно визначати форму розподілу вимірних величин.

Довірча ймовірність визначення форми розподілу вимірних величин визначалась за спрощеною формулою (не враховуючи лівий і правий інтервали розподілу)

$$\eta = \frac{(n-1)}{(n+1)}. \quad (23)$$

Оцінку щільності розподілу виконаємо за формулою:

$$p^{(N)}(t) = M \sum_{j=1}^N \lambda_j \varphi_j[M(t-A)], \quad t \in [A, B]. \quad (24)$$

За описаним алгоритмом і формулами (1)-(24) створено програму для обчислення щільності ймовірності для будь-яких експоненціальних розподілів *DensProb* на мові програмування *FORTRAN*, вхідними величинами є:  $n$ ,  $en1$ ,  $en2$ ,  $t \in T$  вихідними: щільності ймовірності, середнє квадратичне відхилення, асиметрія, ексцес, ентропія, коефіцієнт ентропії, контрексцес, середнє ймовірне.

На рис. 2 наведена схема обладнання у координатній системі  $xOy$ , на якій вказано нумерація точок обладнання, їх прямокутні координати  $(x, y)$ ,

маленькими стрілками вказані напрямки зміщення (деформації) цих точок відносно точки 11, яка прийнята за центр обладнання. Схема взята з роботи [4].

Поправки у положення точок обладнання відносно точки 11 наведені у таблиці 1.

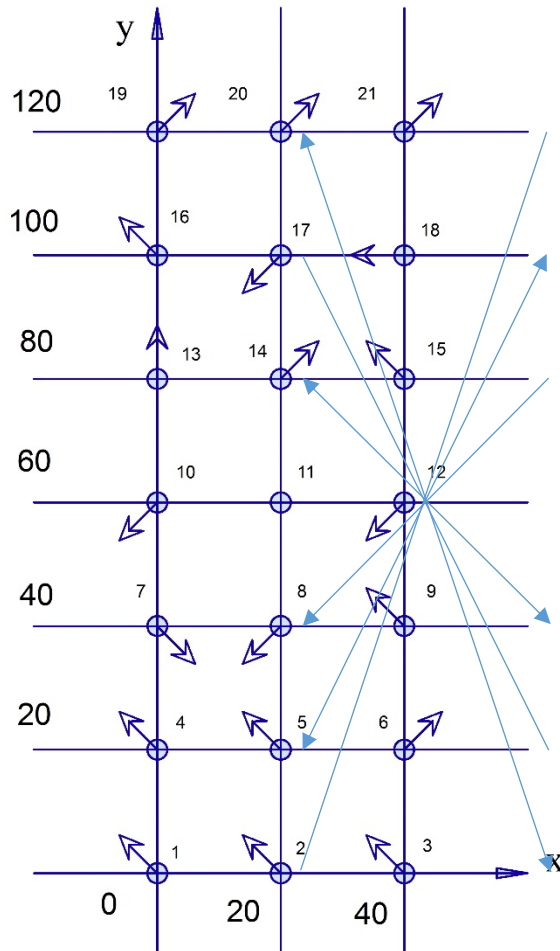


Рис. 2. Схема розміщення точок обладнання. Маленькими стрілками вказані напрямки зміщення точок відносно точки 11

Значення для обчислення щільності ймовірностей (поправки у геодезичні виміри), які взяті з роботи [4], наведені у таблиці 1.

При обробці даних з таблиці 1 за описаним алгоритмом по формулам (3)–(15) одержані такі результати: середнє арифметичне  $t_{\text{сер}} = 0.505$ , середнє квадратичне відхилення  $\sigma = 4.3465$ , структурне середнє  $t_{\text{с.сер}} = 0,712$ , яке обчислене за формулою

$$t_{\text{с.сер}} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i p_i}{\sum_{i=1}^n p_i}, \quad (25)$$

Таблиця 1.

Поправки ( $t$ ) у виміри між точкою 11 і іншими точками обладнання

Назва точок	Поправки, мм	Назва точок	Поправки, мм
11-10	-1,6	11-12	1,4
11-13	2,5	11-09	4,4
11-16	-3,0	11-06	-3,8
11-19	7,8	11-03	3,8
11-14	-6,2	11-08	-5,9
11-17	6,6	11-05	3,1
11-20	1,4	11-02	-1,8
11-21	-3,4	11-01	-5,0
11-18	4,5	11-04	4,7
11-15	-3,2	11-07	3,8

Структурне середнє квадратичне відхилення  $\sigma_{с.сер} = 4,4029$ .

Асиметрія  $S(X) = -0.0488$ , ексцес  $E(X) = 1.605$ , контр ексцес  $\epsilon = 0.789$  (за формулою (22)), довірча ймовірність  $\eta = 0.9048$  (за формулою (23)), коефіцієнт ентропії  $K_E = 1.4384$  (за формулою (21)), ентропія  $H(X) = 4,2344 \text{ bit}$  вказує що втрати інформації у розподілі не відбувається, критерій Пірсона  $\chi^2 = 700400$  і, відповідно розподіл величин  $t$  не підкоряється нормальному закону, мінімум функціоналу (11) знайдено при  $N = 5$ , систематичних помилок за критерієм Аббе в ряді немає. Обчислення щільності імовірності проведено в інтервалі від  $en1 = -3,62$  до  $en2 = 3,359$ , масштабний множник  $M = 0.052240$  обчислимо за формулою

$$M = 1/(B - A). \quad (26)$$

Коефіцієнти розкладання:  $\lambda_1 = 1,312137$ ;  $\lambda_2 = -0,724554$ ;  $\lambda_3 = 0,2849023$ ;  $\lambda_4 = -0,2944348$ ;  $\lambda_5 = -0,7371129$ .

Оцінку щільності розподілу виконаємо за формулою (24):

$$p^{(5)}(t) = M \sum_{j=1}^5 \lambda_j \varphi_j [M(t - A)], t \in [A, B]$$

У відповідності із обчисленими значеннями ексцесу, коефіцієнту ентропії та контр - ексцесу розподіл двох модальний [5], обчислені щільності імовірності для вимірних значень (табл. 1) в інтервалі  $[A, B] = [-8,8674, 10,2751]$  наведені в таблиці 2, за даними якої побудовано графік розподілу щільності імовірності (програмою *DensProb*), який наведений на рис.3.

Таблиця 2.

Обчислені щільності імовірності за програмою *DensProb*

$t$	-8,8674	-7,9558	-7,0443	-6,1327	-5,2212	-4,3096
$P^{(N)}(t)$	0,0001	0,0009	0,023	0,055	0,080	0,090
$t$	-3,3981	-2,4866	-1,5750	-0,6635	0,2481	1,1596
$P^{(N)}(t)$	0,078	0,055	0,029	0,013	0,014	0,033
$t$	2,0712	2,9827	3,8942	4,8058	5,7173	6,6289
$P^{(N)}(t)$	0,062	0,090	0,105	0,103	0,085	0,056
$t$	7,5404	8,4520	9,3635	10,2751	-	-
$P^{(N)}(t)$	0,028	0,007	0,0007	0,0002	$\Sigma P^{(N)}(t) =$	1,0079

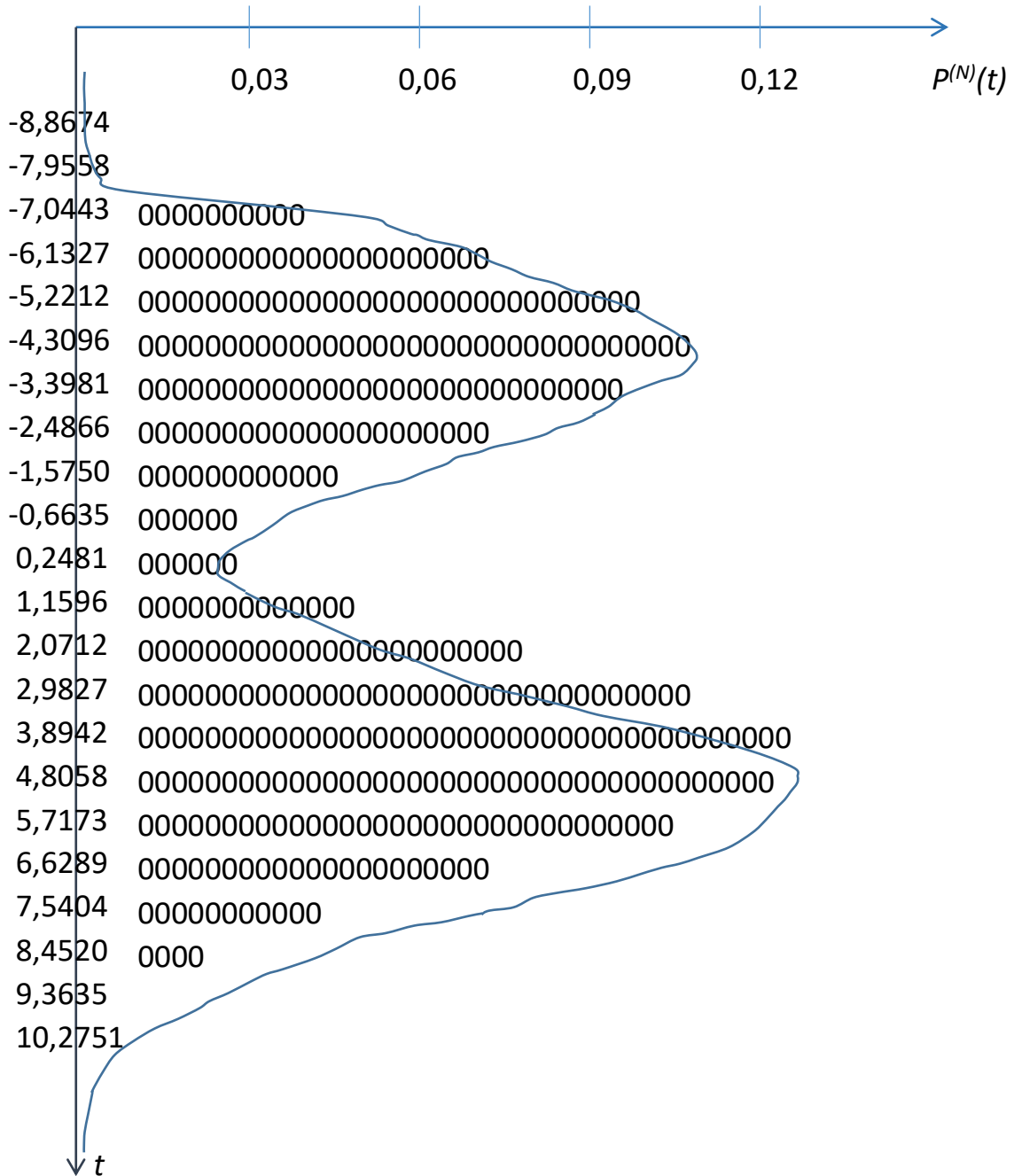


Рис. 3. Вид знайденого розподілу щільності імовірності поправок. Графік повернуто на 90°  
 Зробимо інтервальну оцінку знайдених (арифметичної і структурної) середніх значень при довірчій ймовірності  $\eta = 0,9048$  за формулами

$$t_{сер} - z_L \cdot \sigma_{сер} \leq t_{сер} \leq t_{сер} + z_R \cdot \sigma_{сер}, \quad (27)$$

$$t_{c.сер} - z_L \cdot \sigma_{c.сер} \leq t_{c.сер} \leq t_{c.сер} + z_R \cdot \sigma_{c.сер}. \quad (28)$$

Підставивши всі значення у формули (27) і (28) одержимо

$$-9,07460 \leq t_{сер} \leq 10,06782; \text{ і } -8,87886 \leq t_{c.сер} \leq 10,28646,$$

у таблиці 1:  $t_{\min} = -6,2$ ;  $t_{\max} = 7,8$

Виміряні значення, які наведені у таблиці 1 не перевищують меж визначених (27) і (28), це означає, що вимірювання виконані без грубих помилок і вони підлягають подальшій обробці для виявлення домінуючих факторів.

**Висновки і перспективи подальших досліджень.** З цих розрахунків видно, що не всі результати геодезичних вимірювань підкоряються нормальному закону розподілу, це добре видно з графіку на рис. 3, і тому необхідно встановлювати закон розподілу для кожних геодезичних вимірювань за вище наведеним алгоритмом і потім виконувати обчислення виміряних величин і виявлення домінуючих факторів з урахуванням одержаного закону розподілу.

#### Бібліографічний список:

1. Видуев Н.Г. Вероятностно – статистический анализ погрешностей измерений/ Видуев Н.Г., Кондра Г.С.// М.: Недра, 1969. – 320 с.
2. Гладилін В.Н. Точность геодезических измерений при выверке промышленного оборудования./ Гладилін В.Н. // К.: Техніка, 1996. – 224 с.
3. Тихонов А.Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1974. – 254 с.
4. Gladilin V., Belenok V., Hebrin – Baidy L., Chookarina N. Structural method for determining deformations by geodetic measurement. Geodesy and Cartography. Vol. 45, No 2, 2019. – P92 -95. Doi.org/10.3846/gac2019.6692
5. Новицкий П.В. Оценка погрешностей результатов измерений/ Новицкий П.В., Зограф И.А.//. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 304 с.
6. Гладілін В.М. Визначення моделі зміщення точок технологічного обладнання при деформаційних процесах/ Гладілін В.М. Чуланов П.О., Шудра Н.С. // Інженерна геодезія. К.: КНУБА, 2015. - Вип. 62. – С. 44 – 55.
7. Гладілін В.М. Моделі визначення деформацій/ Гладілін В.М.// Вісник астрономічної школи. К.: НАУ, 2016. – Т. 12 № 2. – С. 185 – 189.  
<https://doi.org/10.18372/2411-6602.12.2185>

8. Гладілін В.М. Ймовірно – статистичний послідовний аналіз геодезичних вимірів/Гладілін В.М., Шудра Н.С., Дубкова А.О.// Вісник астрономічної школи. К.: НАУ, 2017. – Т. 13 № 2. – С. 116 – 122.

9. Gladilin V.N. Structural method for determining deformations by geodetic measurements/ Gladilin V.N., Belenok V., Hebrin – Baidy L., Chookarina N.// Geodesy and Cartography. Vol. 45 No 2, (2019). – P. 92-95.

10. Gladilin V.N. Choosing a model to determinate deformation/ Gladilin V.N.// Machines Technologies Materials – Year XIII, Issue 6 (2019). – P. 245 – 247.

11. Гладілін В.М. Оптимальне використання методу квадратичного програмування для вирівнювання геодезичних мереж/ Гладілін В.М. Гончаренко О.С., Лауріна Сіаудітіте //Вісник астрономічної школи. К.: НАУ, 2019. – Т. 15 № 2. – С. 78 – 88.

12. Гладілін В.М. Деформаційні моделі як фізичні процеси./ Гладілін В.М. Дубкова А.О., Шудра Н.С., Чуланов П.О.// III Міжнародна науково – практична конференція «ГЕОПРОСТІР 2017» К.: КНУБА, 4 – 6 грудня 2017.- С.15-16.

13. Gladilin V.N. Choosing a models to determine deformations /Gladilin V.N.// Scientific and technical union of mechanical engineering Bulgaria Participation in the IV international scientific conference Industry 4.0. Burgas 24-29 June, 2019.

к.т.н., доцент **Гладилин В.Н.**, к.э.н., доцент **Сироштан Т.М.**,  
Белоцерковский национальный аграрный университет

**Шудра Н.С., Чуланов П.А.**,

Киевский национальный университет строительства и архитектуры

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОШИБОК ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ**

Промышленное оборудование представляет собой динамическую систему и имеет деформации не только при монтаже, но и при эксплуатации. Под влиянием переменной нагрузки и смещения центра тяжести грунт под фундаментом неравномерно оседает, а соответственно и оборудование неравномерно деформирует, что является угрозой к оборудованию, большей нагрузке соответствует большее оседания и большие деформации. Выделение частичных деформаций из полной имеет значение для определения элементов рихтовки оборудования для его бесперебойной и безаварийной эксплуатации. Наличие значительной всеобщей деформации не влияет на эксплуатационные характеристики оборудования. Наиболее критическими деформациями являются частичные деформации. Абсолютные вертикальные деформации

вычисляются как разность осадков между смежными осадочными марками, закрепленными на оборудовании в одном и том же цикле измерений.

Сравнивая величины деформаций с допустимыми по техническим условиям, принимают решение о необходимости рихтовки и юстировки оборудования.

Ключевые слова: деформация (полная; общая; частичная); геодезические измерения

Ph.D., associate professor **Gladilin Valery**,  
Ph.D., associate professor **Siroshtan Tatiana**,  
Belotserkovsky National Agrarian University  
Senior Lecturer **Chulanov Petro**, Senior Lecturer **Shudra Nataliia**,  
Kyiv National University of Construction and Architecture

## **DETERMINING THE FORM OF ERROR DISTRIBUTION OF MEASURING GEODETIC**

Industrial equipment is a dynamic system and has deformations not only during installation but also during operation. Under the influence of variable load and displacement of the center of gravity, the soil under the foundation settles unevenly, and accordingly, the equipment deforms unevenly, which is a threat to the equipment, the greater the load corresponds to more subsidence.

Separation of partial deformations from full is important for determining the elements of straightening equipment for its uninterrupted and trouble-free operation. The presence of significant total deformation does not affect the performance of the equipment. The most critical deformations are partial deformations. Absolute vertical deformations are calculated as the difference in sediment between adjacent sediment marks, which are fixed on the equipment in the same measurement cycle.

Comparing the values of deformations with the allowable technical conditions, decide on the need for straightening and adjustment of equipment.

Key Words: deformation (full; general; partial); measurement geodetic

### **REFERENCES:**

1. Viduev N.G. Veroyatnostno – statisticheskii analiz pogreshnostei izmerenii/ Viduev N.G., Kondra G.S.// M.: Nedra, 1969. – 320 s. {in Russian}
2. Gladilin V.N. Tochnost' geodezicheskikh izmerenii pri vyverke promyshlennogo oborudovaniya./ Gladilin V.N. // K.: Tekhnika, 1996. – 224 s. {in Russian}

3. Tikhonov A.N., Arsenin V.YA. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach.* – М.: Nauka, 1974. – 254 s. {in Russian}

4. Gladilin V., Belenok V., Hebrin – Baidy L., Chookarina N. Structural method for determining deformations by geodetic measurement. *Geodesy and Cartography*. Vol. 45, No 2, 2019. – P92 -95. Doi.org/10.3846/gac2019.6692. {in English}

5. Novitskii P.V. *Otsenka pogreshnostei rezul'tatov izmerenii/ Novitskii P.V., Zograf I. A//.* – L.: Ehnergoatomizdat, 1991. – 304 s. {in Russian}

6. Gladilin V.M. *Viznachennya modeli zmishchennya tochk tekhnologichnogo obladdannya pri deformatsiinih protsesakh/ Gladilin V.M. Chulanov P. O., Shudra N. S.// Inzhenerna geodeziya.* K.: KNUBA, 2015. - Vip. 62. – S. 44 – 55. {in Ukrainian}

7. Gladilin V.M. *Modeli viznachennya deformatsii/ Gladilin V.M.// Visnik astronomichnoї shkoli.* K.: NAU, 2016. – T. 12 № 2. – S. 185 – 189. <https://doi.org/10.18372/2411-6602.12.2185>. {in Ukrainian}

8. Gladilin V.M. *Imovirnisno – statistichnii poslidovnii analiz geodezichnikh vimiriv/ Gladilin V.M., Shudra N. S., Dubkova A. O.// Visnik astronomichnoї shkoli.* K.: NAU, 2017. – T. 13 № 2. – S. 116 – 122. {in Ukrainian}

9. Gladilin V.N. Structural method for determining deformations by geodetic measurements/ Gladilin V.N., Belenok V., Hebrin – Baidy L., Chookarina N.// *Geodesy and Cartography*. Vol. 45 No 2, (2019). – P. 92-95. Doi.org/10.3846/gac.2019.6692. {in English}

10. Gladilin V.N. *Choosing a model to determinate deformation/ Gladilin V.N.// Machines Technologies Materials – Year XIII, Issue 6 (2019).* – P. 245 – 247. {in English}

11. Gladilin V.M. *Optimal'ne vikoristannya metodu kvadratichnogo programuvannya dlya virivnyuvannya geodezichnikh merezh/ Gladilin V.M. Goncharenko O. S., Laurina Siauditite// Visnik astronomichnoї shkoli.* K.: NAU, 2019. – T. 15 № 2. – S. 78 – 88. {in Ukrainian}

12. Gladilin V.M. *Deformatsiini modeli yak fizichni protsesi./ Gladilin V.M. Dubkova A. O., Shudra N. S., Chulanov P. O.// III Mizhnarodna naukovo – praktichna koferentsiya «GEOPROSTIR 2017»* K.: KNUBA, 4 – 6 grudnya 2017.- S.15-16. {in Ukrainian}

13. Gladilin V.N. *Choosing a models to determine deformations /Gladilin V.N.// Scientific and technical union of mechanical engineering Bulgaria Participation in the IV international scientific conference Industry 4.0. Burgas 24-29 June, 2019.* {in English}