УДК 514.18

Міщенко О.Г.
mischenko.o.g@gmail.com, orcid.org/0000-0001-6644-3427,
Київський національний університет будівництва і архітектури

DOI: 10.32347/2076-815x.2019.70.401-416

МОДЕЛЮВАННЯ СПЕЦІАЛЬНИХ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕНИХ ПОВЕРХОНЬ ДЛЯ ПОШУКУ МІНІМАЛЬНИХ ТРАНСПОРТНИХ СПОЛУЧЕНЬ

В процесі проектування транспортних сполучень між новими районами та адміністративно-територіальними одиницями, виникає необхідність в мінімізації їх довжин. Така потреба продиктована в першу чергу економічними аспектами будівництва, експлуатації та обслуговування транспортних шляхів, незалежно від того, чи мова йде про автомобільні, чи залізничні, чи інші види шляхопроводів.

Проаналізовані деякі підходи до встановлення найбільш оптимальних траєкторії транспортних сполучень засобами комп'ютерного моделювання. При цьому розглядаються різні методи пошуку максимумів та мінімумів функції багатьох параметрів, які використовуються у теорії оптимізації та пропонуються сучасними науковцями.

Основна ідея полягає у тому, що при вдалій побудові функції поверхні, яка проходитиме крізь базові лінії нездоланних перешкод на заданому рельєфі (тобто урвищ, водойм, гір та ін.) та у кожній точці матиме найбільший ухил у напрямку найшвидшого спуску від точки початку траєкторії до точки її завершення, можна, користуючись відомими інструментами визначення напрямку зростання або спадання значень поля (висот поверхні), віднайти відповідну траєкторію у дискретній формі.

Вирішення даної задачі пропонується реалізовувати на основі методу скінченних різниць або статико-геометричного методу дискретної геометрії, будуючи шукану поверхню у дискретному вигляді, як регулярну сітку, натягнуту між контурами області дослідження та внутрішніх перешкод. Якщо усі вільні вузли цієї сітки ненавантажені, а один єдиний вузол, координати якого співпадають з пунктом призначення, навантажений деякою зосередженою силою, то по аналогії з павутиною дана сітка деформуватиметься, утворюючи такі ухили в кожній точці, які завжди спрямовуватимуть деяку умовну кульку (кинуту в будь-якій точці сітки) до точки із зосередженим навантаженням. Даний підхід дозволяє уникнути вирішення складних інтерполяційних задач, й є дуже простим з точки зору комп'ютерної реалізації.

Ключові слова: дискретно представлена поверхня, геометричне моделювання, статико-геометричний метод.

Постановка проблеми. В процесі проектування транспортних сполучень основною цільовою функцією є економічний ефект від їх спорудження. Економічність шляхопроводу повинна включати не лише мінімізацію (або краще сказати оптимізацію) витрат на його будівництво, але й ряд інших аспектів, пов'язаних із його подальшою експлуатацією, обслуговуванням, ремонтами, екологічністю, соціальним ефектом, стратегічною обґрунтованістю та обсягом енергоресурсів, необхідних для переміщення уздовж нього того чи іншого транспортного засобу. Якщо будувати цільову функцію саме на економічних аспектах спорудження шляхопроводу, то оптимізації майже усіх вище зазначених критеріїв у тій чи іншій мірі сприятиме мінімізація довжини цього шляхопроводу. Відтак, стає очевидним, що протяжність транспортного сполучення є визначним параметром, який слід приймати в якості цільової функції. Це, в свою чергу, вказує на актуальність розробки алгоритмів, що визначатимуть найкоротші траєкторії шляхопроводів та враховуватимуть фактори, які обмежуватимуть варіанти їх прокладання на місцевості.

Аналіз останніх досліджень. На сьогоднішній день в рамках вирішення завдань проектування нових шляхопроводів найбільшого розповсюдження набули методи комп'ютерного моделювання. Дані методи активно розробляються, як закордонними, так і вітчизняними науковцями. Наприклад, в роботах [1] та [2] розглядаються задачі оптимізації на графах із пошуком найкоротших траєкторій шляхом аналізу їх зв'язноті, а також із використанням інструментів динамічного програмування (зокрема на основі безконтурних графів, блокових діаграм). У публікації [3] у противагу методам лінійного і динамічного програмування поставлене застосування засобів варіаційного числення. Роботи [4] та [5] зосереджені на алгоритмічних методах вирішення даної задачі. Одними із найбільш ефективних методів вирішення задач пошуку найкоротшого маршруту вважаються ті, що побудовані на основі алгоритму Беллмана. Відповідному алгоритму присвячені праці [6] та [7]. При цьому, застосовуються переважно інструменти класичної дискретної оптимізації, а спроби вирішення даної задачі на основі побудови фізичних інтерпретаційних моделей засобами дискретної геометрії практично відсутні.

Одним із небагатьох, але найбільш вдалих та оригінальних способів моделювання найкоротших маршрутів руху обладнання, став підхід, продемонстрований в [8]. Дана робота була присвячена геометричному моделюванню траєкторій переміщення робототехніки на площині серед перешкод із використанням R-функцій. Запропоновані у роботі алгоритми були призначені для транспортної й рятувальної робототехніки, та дозволяли з'єднувати дві задані точки на площині у досліджуваній дискретно представленій області. Одержана траєкторія оминала перешкоди у формі прямокутників, описаних неявними рівняннями за координатами вузлових точок (вершин), а напрямок руху визначався шляхом застосування віртуальних потенціальних функцій. Самі ж віртуальні потенціальні функції, що досягають глобального мінімуму у точці C(xC, yC) і мають умовні перешкоди з N прямокутників, пропонувалося будувати у наступній формі:

$$W(x,y) = [(x-x_C)^2 + (y-y_C)^2]^{1/2} + [\mathop{\vee}_{i=0}^{N} f_i(x,y)]^{-2} , \quad (1)$$

де кожна функція $f_i(x, y)$, що описує сім'ю прямокутників $\{[a_k;b_k]\times[c_k;d_k]\}$ ($k=1\ldots N$) та їх еквідистант, матиме форму:

$$f(x,y) = \mathop{\vee}_{k=0}^{N} \{[(a_k \vee_1 x) - (b_k \wedge_1 x)]^2 + [(c_k \vee_1 y) - (d_k \wedge_1 y)]^2\}^{1/2} . \quad (2)$$

Тут опис R-кон'юкції та R-диз'юнкції прийнято у наступному вигляді:

$$f_1(x,y) \wedge_1 f_2(x,y) = [f_1(x,y) + f_2(x,y) - | f_1(x,y) - f_2(x,y) |]/2 , \quad (3)$$

$$f_1(x,y) \vee_1 f_2(x,y) = [f_1(x,y) + f_2(x,y) + | f_1(x,y) - f_2(x,y) |]/2 . \quad (4)$$

Однак, дана методика має ряд недоліків, пов'язаних із тим, що базова віртуальна функція не дає змогу відчутно деформувати потенціальне поле переміщення у локальних зонах розміщення перешкод, в результаті чого в певному віддаленні від перешкод поле продовжуватиме спрямовує пошуковий маршрут безпосередньо на точку прибуття, не очікуючи самої перешкоди. І якщо перешкода буде масштабною по відношенню до області пошуку й матиме криволінійний характер, то пошуковий алгоритм не зможе вийти з локальної «пастки» (локального мінімуму побудованого потенціального поля) та «обійти» дану перешкоду.

Формулювання мети статті. Розробити підхід до побудови дискретної поверхні (або поля на площині), що дозволила б моделювати форму найкоротшої криволінійної траєкторії прокладання транспортних сполучень на площині (в плані), враховуючи задані перешкоди досліджуваної місцевості.

Основна частина. Для початку розглянемо фрагмент деякої дискретно представленої топографічної поверхні Ω місцевості, представлений на рисунку 1.

Наприклад, якщо пункт відправлення розміщено у точці «A», то класичні алгоритми найшвидшого спуску з високою ймовірністю ідентифікують точку «B», як екстремум функції, що описує задану поверхню, хоча даний екстремум є локальним. Більше того, в цій же області можна знайти й інші локальні екстремуми «C» і «D», висоти яких нижчі за висоту точки «B».

З рисунку 1 видно, що проблема складається з трьох ключових аспектів:

1) топографічна поверхня може мати багато локальних екстремумів, і більшість відомих методів найшвидшого спуску спрямовуватимуть пошуковий алгоритм до найближчого з цих екстремумів;

2) кожен крок пошукових алгоритмів найшвидшого спуску визначає напрямок руху у певному обмеженому околі, а значить в межах кожного такого кроку відповідні алгоритми не передбачають глобального розуміння характеру загальної області пошуку;

3) пошукові алгоритми у своїй переважній більшості мають на меті саме пошук невідомих екстремумів, в той час як у нашому випадку алгоритм повинен визначати не локальні чи глобальні екстремуми, а екстремальну (найкоротшу) траєкторію між наперед заданими точками, навіть якщо ці точки не співпадають із екстремумами.

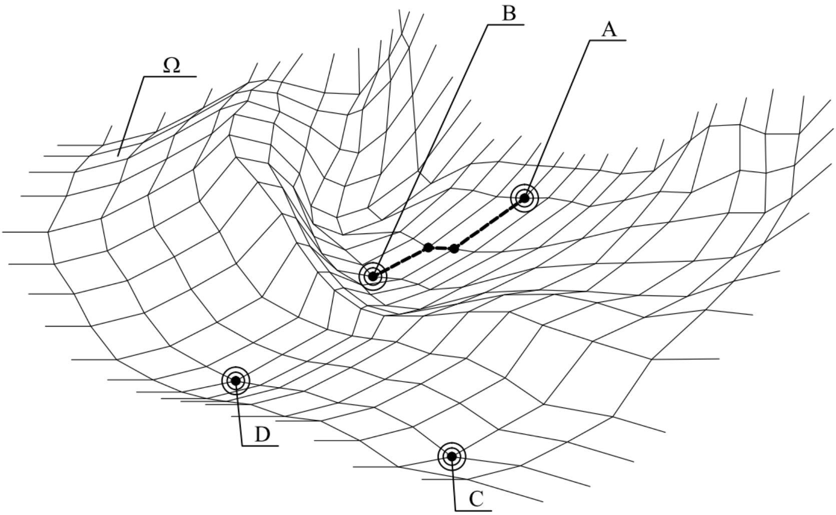

Рис.1. Фрагмент дискретно представленої топографічної поверхні

В перелічених питаннях уже міститься відповіді на них у формі наступних висновків:

1) для визначення найкоротшої траєкторії сполучення двох точок необхідно використовувати не вихідну топографічну поверхню, а спеціально побудовану поверхню, характер ухилів якої надаватиме можливість застосування відомих методів пошуку траєкторій найбільшого ухилу (зокрема градієнтних методів спуску та ін.) від точки «А» до точки «В» (тобто від старту і до фінішу) або у зворотному напрямку;

2) так як для глобального аналізу поверхні, створеної для пошуку найкоротшої траєкторії може знадобитися значна кількість обчислювальних ресурсів комп'ютерної техніки, то цю поверхню пропонується представляти у дискретній формі;

3) спосіб задання поверхні та її крайових умов повинен бути простим та

наочним для можливості її швидкого корегування та легкості написання алгоритмів автоматизації формоутворення та (при необхідності) управління її формою.

Для вирішення даної задачі й досягнення основної мети даної роботи пропонується застосовувати один із наступних, споріднених за своєю природою, методів:

1) метод скінченних різниць [9-11], що відноситься до сіткових методів чисельного моделювання;

2) статико-геометричний метод [12-14], який належить до інструментів прикладної дискретної геометрії та в одному з тлумачень являє собою механічну інтерпретацію методу скінченних різниць.

Вибір саме цих методів обумовлено тим, що на їх основі можна моделювати геометричні й фізичні об'єкти, які мають цілком визначені диференціальні або фізико-механічні властивості, а також інтерпретувати абстрактні явища та процеси, природу яких можна наближено функціонально описати на основі наявних даних, спостережень, моделей або гіпотез.

Сформулюємо основну гіпотезу даної роботи: *якщо унеможливити вихід траєкторії руху деякої досліджуваної точки (що рухається) за межі досліджуваної області та примусово забезпечити виникнення послідовних ухилів від будь-якої точки області в плані до точки, яка являється пунктом призначення, то будь-який пошуковий метод, що діє за принципом пошуку найбільшого ухилу, дозволить побудувати найкоротшу траєкторію від обраної початкової точки (старту) до пункту призначення*. Звісно, дана гіпотеза передбачає, що з топологічної точки зору границя досліджуваної області представляє собою замкнений контур (круг) або містить внутрішні замкнені контури, які не розривають область на окремі підобласті (круг з отворами всередині).

Найбільш наочно дану гіпотезу можна проілюструвати на прикладі плоскої горизонтальної ділянки павутиння або тонкої еластичної плівки, до обраної точки якої прикладено навантаження. В такому випадку, якщо в будь-яку точку цієї плівки буде поміщено невагому кульку (або таку, вагою якої можна знехтувати по відношенню до ваги елементарного фрагменту цієї плівки), то ця кулька скотиться до точки прикладання навантаження. В такому випадку характер деформування даної плівки описуватиметься диференційним рівнянням в формі Лапласа у других похідних:

$$\partial^2 z(x,y)/\partial x^2 + \partial^2 z(x,y)/\partial y^2 = \pm k \cdot q \ , \qquad (5)$$

де q та k – представлятимуть собою відповідно інтенсивність навантаження та деякий коефіцієнт, що характеризуватиме властивості матеріалу (або речовини чи середовища), з якого виготовлено відповідну еластичну плівку. Однак, якщо скористатися методом скінченних різниць, то рівняння (5), при умові, що сітковий аналог досліджуваної еластичної плівки матиме сталу довжину ланок у плані, набуде однієї з наступних різницевих форм:

1) для сітки з квадратними чарунками:

$$-4\cdot z_{i,j}+z_{i-1,j}+z_{i+1,j}+z_{i,j-1}+z_{i,j+1}=\pm(k/\Delta)\cdot q_{i,j}\ , \tag{6}$$

2) для сітки з трикутними чарунками:

$$-6\cdot z_{i,j}+z_{i-1,j-1}+z_{i-1,j}+z_{i+1,j}+z_{i,j-1}+z_{i,j+1}+z_{i+1,j+1}=\pm(k/\Delta)\cdot q_{i,j}\ , \tag{7}$$

3) для сітки з шестикутними чарунками:

$$-3\cdot z_{i,j}+z_{i-1,j}+z_{i,j-1}+z_{i+1,j+1}=\pm(k/\Delta)\cdot q_{i,j}\ , \tag{8}$$

де Δ – крок розбиття досліджуваної області еластичної плівки для переходу до сітчастого вигляду.

Аналогічну форму матимуть і рівняння статико-геометричного методу дискретної геометрії, за виключенням того, що у правій частині рівностей (6) та (8) замість множника k/Δ прийнято записувати K, який представляє собою коефіцієнт пропорційності між поздовжніми зусиллями (які виникають у кожній ланці сітки) та довжиною ланок.

Рівняння (6) – (8) описують стан статичної рівноваги кожного вільного (тобто неграничного) вузла сітки, що інтерпретує еластичну плівку, та визначають його висоту (тобто координату z у декартовій просторовій системі координат). Складаючи рівняння типу (6) – (8) для усіх вільних вузлів сітки з урахуванням координат крайових вузлів (тобто закріплених і нерухомих), та розв’язуючи одержану систему відносно невідомих координат цих вільних вузлів, ми одержимо форму шуканої дискретно представленої поверхні, яку й використовуватимемо для пошуку найкоротшої траєкторії сполучення двох точок у плані місцевості.

Спираючись на вище описаний підхід, складемо алгоритм побудови шуканої поверхні та найкоротшого сполучення.

1. Перш за все необхідно ввести обмеження щодо мінімальної та максимальної висот, нижче й вище яких не зможе проходити траєкторія сполучення точок «А» і «В». Це дасть змогу виділити на топографічному плані горизонталі, які ізолюватимуть або відсікатимуть з досліджуваної області зони нездоланних перешкод, таких як урвища, водойми, гори та ін. Для фрагменту топографічної поверхні Ω, продемонстрованої на рисунку 1, побудова горизонталі Θ, утвореної січною горизонтальною обмежувальною площиною П, проілюстрована на рисунку 2. Більш наочний приклад побудови обмежуючих горизонталей показано на рисунку 3, де на фрагменті топографічної карти рельєфу з загальним перепадом висот у 1 км, виділено горизонталі на позначках (висотах) 0.2 та 0.9 км.

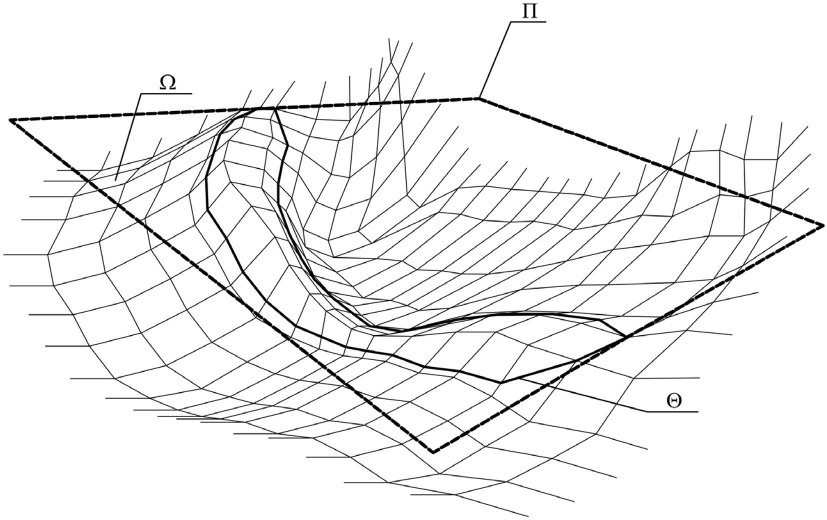

Рис.2. Побудова горизонталі, що обмежуватиме область пошуку найкоротшого сполучення двох точок

2. Будуємо регулярну сітку на плані та задаємо граничні умови моделювання шляхом визначення координат нерухомих (фіксованих) крайових вузлів моделі таким чином, щоб ці вузли лежали на границях області дослідження та максимально близько до границь обмежувальних горизонталей. Для останнього прикладу відповідна побудова граничних умов продемонстрована на рисунку 4.

3. Визначаємо дискретні аналоги контурів граничних умов моделювання й відсікаємо зайві ділянки сітки на плані. Результати відповідної операції продемонстровані на рисунку 5.

4. Будуємо сітковий образ, топологічно еквівалентний шуканій моделі дискретно представленої поверхні з урахуванням усіх граничних умов, позначаючи вільні вузли круглими, а фіксовані (крайові) квадратними (див. рис. 6 та 7 для квадратних та трикутних чарунок сітки відповідно).

5. На основі топологічної схеми моделі координат її крайових вузлів складаємо систему рівняння типу (6), (7) або (8) для усіх вільних вузлів моделі, задаючи усі значення інтенсивностей зовнішніх навантажень q нульовими, окрім одного – того, що відповідає точці пункту призначення «В». Розв'язуємо одержану систему рівнянь відносно невідомих координат.

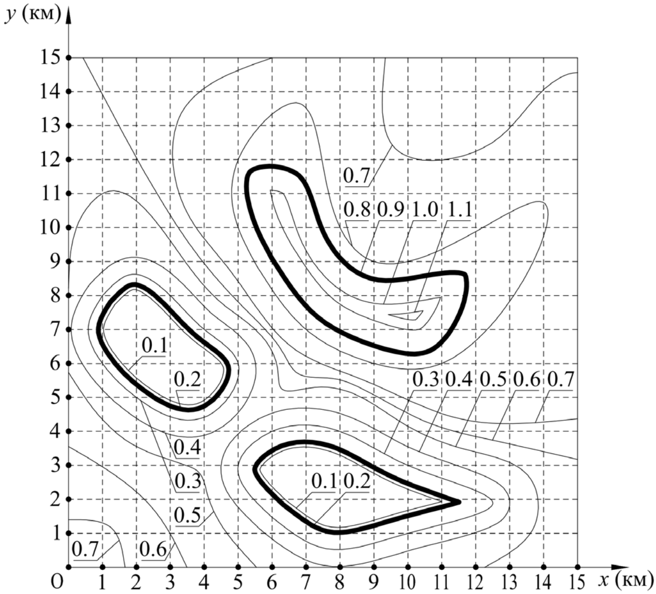

Рис.3. Побудова горизонталей, що обмежують досліджувану область по максимальним і мінімальним висотам

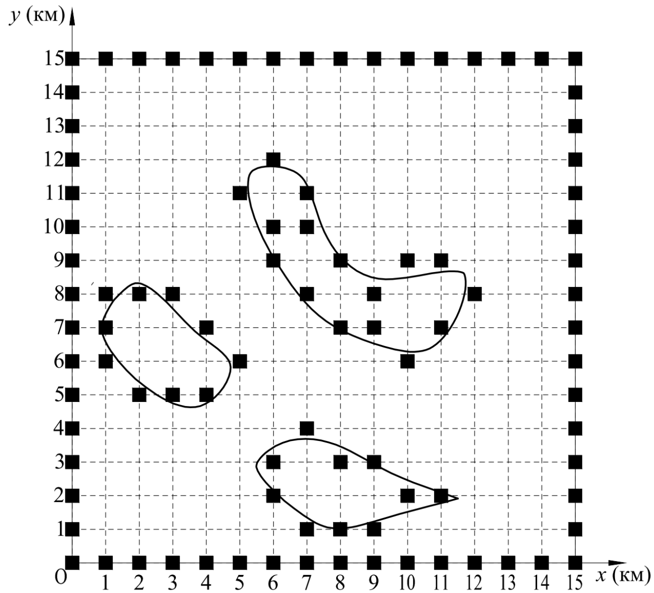

Рис.4. Побудова граничних умов моделювання у формі фіксованих вузлів моделі

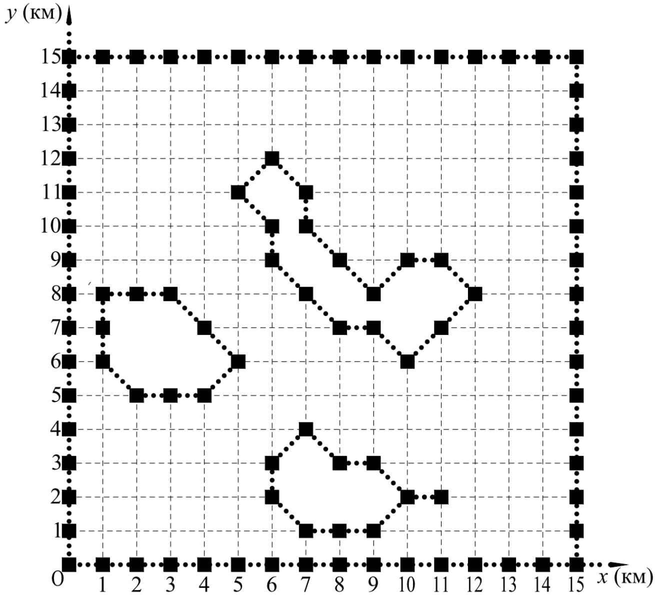

Рис.5. Визначення дискретних аналогів контурів граничних умов моделювання

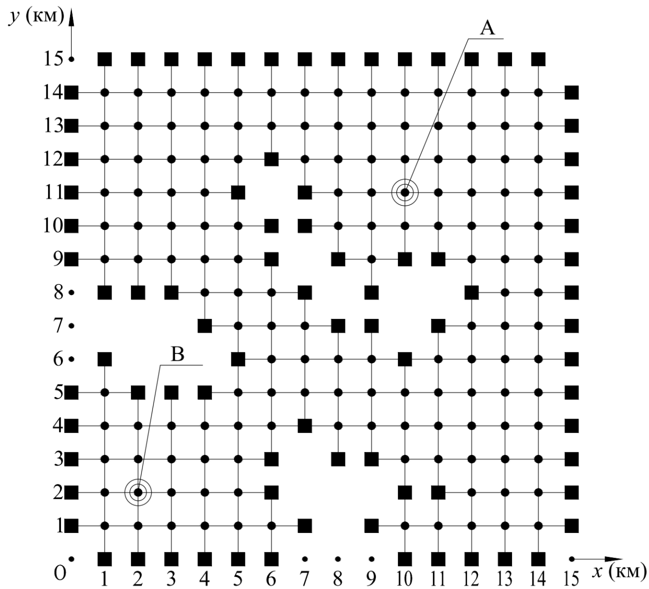

Рис.6. Дискретний образ, топологічно еквівалентний шуканій моделі поверхні з квадратними у плані чарунками

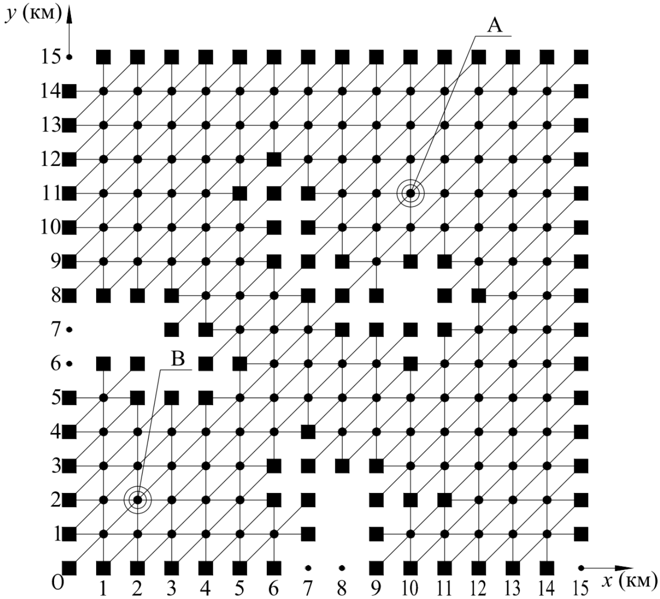

Рис.7. Дискретний образ, топологічно еквівалентний шуканій моделі поверхні з трикутними у плані чарунками

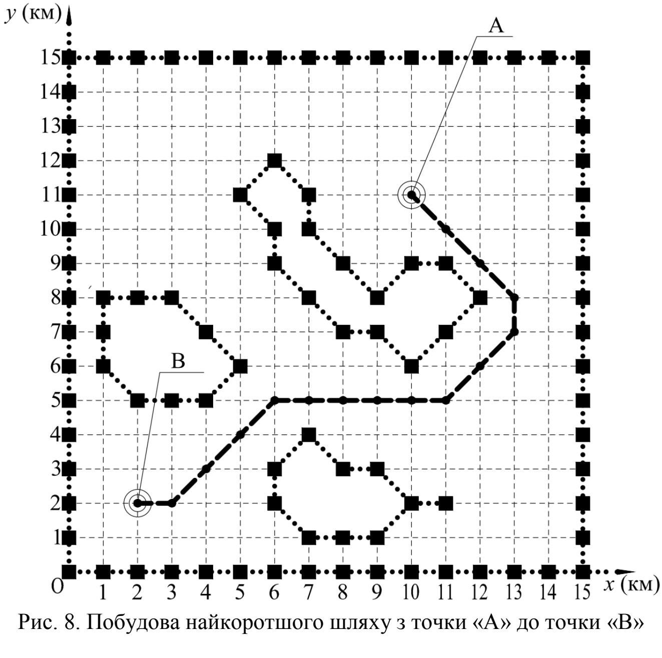

Рис. 8. Побудова найкоротшого шляху з точки «А» до точки «В»

6. Маючи висоти кожної вільної точки поверхні для пошуку найкоротшої траєкторії сполучення між двома точками, застосовуємо до відповідно поверхні один із алгоритмів пошуку траєкторій найшвидшого спуску (або підйому). При цьому, вибір точки у яку переміщуватиметься алгоритм на кожному наступному кроці доцільно здійснювати шляхом ідентифікації найближчої суміжної з поточним вузлом точки із найменшою висотою. Для розглянутого тут прикладу траєкторія найшвидшого спуску продемонстрована на рисунку 8. Ця ж траєкторія наближено відповідає найкоротшій відстані між точками «А» і «В». Наближеність результату спричинена дискретністю представлення шуканої поверхні Ψ та траєкторії руху пошукового алгоритму.

7. Щоб підвищити точність моделювання доцільно виконати плоску або просторову суцільну або дискретну інтерполяцію між точками дискретно представленої траєкторії сполучення заданих двох точок, як це показано на рисунку 9. Це дасть змогу отримати координати проміжних точок одержаної траєкторії шляхом згущення на основі інтерполяції.

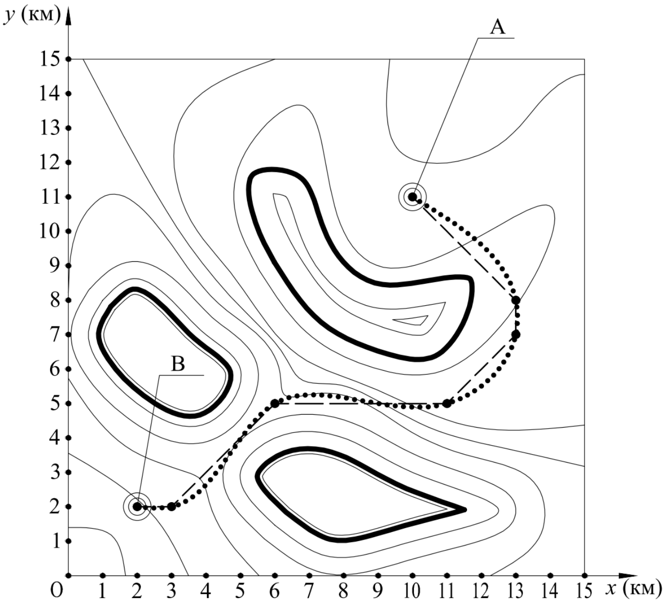

Рис. 9. Суцільна інтерполяція найкоротшого шляху з точки «А» до точки «В»

На останок, варто проілюструвати принцип, завдяки якому запропонований спосіб побудови поверхні Ψ для пошуку найкоротшої траєкторії дозволяє уникати увігнутих перешкод, таких, наприклад, як підвищення у верхній правій чверті на рисунку 9. Справа в тому, що при моделюванні поверхні запропонованого типу, в увігнутих «пастках» не виникає локальних екстремумів. Ця особливість відповідних поверхонь може бути наочно візуалізована на основі фрагментів топографічної поверхні, продемонстрованих на рисунках 1 та 2. Зокрема, спираючись на контур горизонталі Θ, а також на інші крайові вузли, шукана поверхня Ψ просто не бере до уваги існування на вихідній топографічній поверхні Ω локальних або глобальних екстремумів (див. рис. 10). Це дозволяє прокладати маршрут на площині, а після цього проекціювати його на фактичну топографічну поверхню рельєфу Ω, як це показано на рисунку 9.

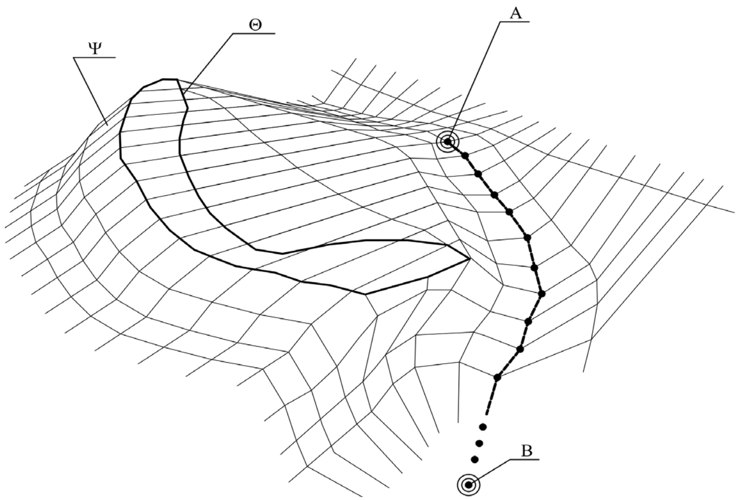

Рис.10. Уникання екстремумів вихідної топографічної поверхні при визначенні найкоротшого маршруту на основі побудованої дискретно представленої поверхні

Висновки та перспективи подальших досліджень. Запропонований алгоритм побудови спеціальних дискретно представлених поверхонь та пошук на їх основі мінімальних сполучень між двома точками може бути корисним при визначенні найкоротших траєкторій транспортних шляхопроводів. Даний підхід є дуже простим з точки зору його комп'ютерної реалізації у середовищі математичних пакетів символьної та чисельної математики або у формі автономного програмного забезпечення. Відповідна простота спричинена тим, що в основу підходу покладене застосування скінченно-різницевої моделі поверхні, за якою здійснюється пошук вище зазначених траєкторій. Окрім того, даний підхід відкриває широкі перспективи застосування й інших моделей поверхонь, що є прообразами оболонок, виготовлених із матеріалів, деформації яких описуються диференційними рівняннями вищих порядків.

Список використаних джерел:

1. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. М.: «Физмалит», 1961. — С. 227.

2. Щербина О.А. Методологические аспекты динамического программирования / О. А. Щербина // Динамические системы. – 2007. – № 22. – С. 21-36.

3. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. – М.: – 1965. – С. 247.

4. Сигал И.Х., Иванова А.П. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы. – 2 е изд. – М.: «Физмалит», 2003. – С. 134-136.

5. Цифровая обработка изображений в информационных системах / И.С. Грузман, В.С. Киричук, В.П. Косых, Г.И. Перетягин. – Новосибирск: НГТУ, 2000. – С. 14–20.

6. Liu, S., Liu, F. and Tang, F., “Cooperative transport strategy for formation control of multiple mobile robots,” Journal of Zhejiang University, Science C, vol. 11, pp. 1-13, 2010.

7. Chamoun, P., “Rigorous Movement of Convex Polygons on a Path Using Multiple Robots”.— Master's Thesis, School of Computer Science, Carleton University, Ottawa, Canada, 2012.

8. Морозова Г.В. Геометричне моделювання траєкторій переміщення фігури на площині серед перешкод з використанням R-функцій / Г. В. Морозова // Дис. … канд. техн. наук: 05.01.01. – Київ: КНУБА, 2011. – 184 с.

9. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем / А.А. Самарский. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1971. – 553 с.

10. Самарский А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 616 с.

11. Самарский А.А. Численные методы решения обратных задач математической физики / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич. – М.: Издательство ЛКИ, 2009. – 480 с.

12. Ковальов С.М. Конструювання сітчастих каркасів поверхонь із горизонталей і ліній найбільшого схилу / С.М. Ковальов, О.В. Воронцов // Прикладна геометрія та інж. графіка. – К.: КНУБА, 1993. – Вип. 54. – с. 13-16.

13. Ковальов С.М. Обчислювальна геометрія: навчальний посібник / С.М. Ковальов, А.В. Золотова. – К.: КНУБА, 2008. – 124 с.

14. Прикладна геометрія та інженерна графіка. Спеціальні розділи. Випуск 1 / С.М. Ковальов, М.С. Ігумен, С.И. Пустюльга, В.Є. Михайленко и др.; за ред. В.Є. Михайленка. – Луцьк: Редакційно-видавничий відділ ЛДТУ, 2006. – 256 с.

Міщенко О.Г.
Київський національний університет будівництва і архітектури

МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕЦИАЛЬНЫХ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЛЯ ПОИСКА МИНИМАЛЬНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СООБЩЕНИЙ

В процессе проектирования транспортных сообщений между новыми районами и административно-территориальными единицами, возникает необходимость в минимизации их длин. Такая потребность продиктована в первую очередь экономическими аспектами строительства, эксплуатации и обслуживания транспортных путей, независимо от того, идет ли речь об автомобильных, железнодорожных или иных видах путепроводов.

В работе анализируются некоторые подходы к установлению наиболее оптимальных траектории транспортных сообщений средствами компьютерного моделирования. При этом рассматриваются различные методы поиска максимумов и минимумов функции многих параметров, которые используются в теории оптимизации, а также предлагаются современными исследователями.

Основная идея заключается в том, что при удачном построении функции поверхности, которая будет проходить через базовые линии непреодолимых препятствий на заданном рельефе (то есть обрывов, водоемов, гор и др.), и в каждой точке будет иметь наибольший уклон в направлении наискорейшего спуска от точки начала траектории к точки ее завершения, можно, пользуясь известными инструментами определения направления возрастания или убывания значений поля (высот поверхности), найти соответствующую траекторию в дискретной форме.

Решение данной задачи предлагается реализовывать на основе метода конечных разностей или статико-геометрического метода дискретной геометрии, строя искомую поверхность в дискретном виде, как регулярную сетку, натянутую между контурами области исследования и внутренних препятствий. Если все свободные узлы этой сетки ненагруженные, а один единственный узел, координаты которого совпадают с пунктом назначения, нагруженный некоторой сосредоточенной силой, то по аналогии с паутиной данная сетка будет деформироваться, образуя такие уклоны в каждой точке, которые будут всегда направлять невесомый условный шарик (брошенный в любой точке сетки) к точке с сосредоточенной нагрузкой. Данный подход позволяет уйти от решения сложных интерполяционных задач, и очень прост с точки зрения компьютерной реализации.

Ключевые слова: дискретно представленная поверхность, геометрическое моделирование, метод конечных разностей, статико-геометрический метод.

Mischenko O.G.
Kyiv National University of Construction and Architecture

MODELING OF SPECIAL DISCRETELY PRESENTED SURFACES TO SEARCH FOR MINIMAL TRANSPORT COMMUNICATIONS

In the process of designing transport links between new areas and administrative-territorial units, there is a need to minimize their lengths. This need is dictated primarily by the economic aspects of the construction, operation and maintenance of transport routes, regardless of whether we are talking about road, rail or other types of overpasses.

The paper analyses some approaches to establishing the most optimal trajectory of transport messages using computer modelling tools. At the same time, various methods of searching for maxima and minima of the function of many parameters that are used in optimization theory and are also proposed by modern researchers are considered.

The main idea is that if you successfully build a surface function that will pass through the baseline of insurmountable obstacles on a given terrain (i.e., cliffs, ponds, mountains, etc.), and at each point it will have the greatest deviation in the direction of the steepest descent from the point of the beginning of the trajectory to the point of its completion, you can, using the well-known tools to determine the direction of increase or decrease of the field values (surface heights), find the corresponding trajectory in discrete form.

The solution to this problem is proposed to be implemented on the basis of the finite difference method or the static-geometric method of discrete geometry, constructing the desired surface in discrete form, as a regular grid stretched between the contours of the study area and internal obstacles. If all the free nodes of this grid are unloaded, and one single node, the coordinates of which coincide with the destination, is loaded with some concentrated force, then, by analogy with the web, this grid will deform, forming such slopes at each point that will always direct a weightless conditional ball (thrown at any point on the grid) to a point with a concentrated load. This approach allows you to get away from solving complex interpolation problems, and is very simple from the point of view of computer implementation.

Key words: discretely presented surface, geometric modelling, finite difference method, static-geometric method.

REFERENCE:

1. Helfand Y.M., Fomyn S.V. Varyatsyonnoe yschyslenye. M.: «Fyzmalyt», 1961. — S. 227.

2. Shcherbyna O.A. Metodolohycheskye aspektы dynamycheskoho prohrammyrovanyia / O. A. Shcherbyna // Dynamycheskye systemы. – 2007. – № 22. – S. 21-36.

3. Bellman R., Dreifus S. Prykladnыe zadachy dynamycheskoho prohrammyrovanyia. – M.: – 1965. – S. 247.

4. Syhal Y.Kh., Yvanova A.P. Vvedenye v prykladnoe dyskretnoe prohrammyrovanye: modely y vыchyslytelnыe alhorytmы. – 2 e yzd. – M.: «Fyzmalyt», 2003. – S. 134-136.

5. Tsyfrovaia obrabotka yzobrazhenyi v ynformatsyonnыkh systemakh / Y.S. Hruzman, V.S. Kyrychuk, V.P. Kosыkh, H.Y. Peretiahyn. – Novosybyrsk: NHTU, 2000. – S. 14–20.

6. Liu, S., Liu, F. and Tang, F., “Cooperative transport strategy for formation control of multiple mobile robots,” Journal of Zhejiang University, Science C, vol. 11, pp. 1-13, 2010.

7. Chamoun, P., “Rigorous Movement of Convex Polygons on a Path Using Multiple Robots”.— Masters Thesis, School of Computer Science, Carleton University, Ottawa, Canada, 2012.

8. Morozova H.V. Heometrychne modeliuvannia traiektorii peremishchennia fihury na ploshchyni sered pereshkod z vykorystanniam R-funktsii / H. V. Morozova // Dys. … kand. tekhn. nauk: 05.01.01. – Kyiv: KNUBA, 2011. – 184 s.

9. Samarskyi A.A. Vvedenye v teoryiu raznostnыkh skhem / A.A. Samarskyi. – M.: Nauka. Hl. red. fyz.-mat. lyt., 1971. – 553 s.

10. Samarskyi A. A. Teoryia raznostnыkh skhem / A. A. Samarskyi. – M.: Nauka. Hl. red. fyz.-mat. lyt., 1989. – 616 s.

11. Samarskyi A.A. Chyslennыe metodы reshenyia obratnыkh zadach matematycheskoi fyzyky / A.A. Samarskyi, P.N. Vabyshchevych. – M.: Yzdatelstvo LKY, 2009. – 480 s.

12. Kovalov S.M. Konstruiuvannia sitchastykh karkasiv poverkhon iz horyzontalei i linii naibilshoho skhylu / S. M. Kovalov, O. V. Vorontsov // Prykladna heometriia ta inzh. hrafika. – K.: KNUBA, 1993. – Vyp. 54. – s. 13-16.

13. Kovalov S.M. Obchysliuvalna heometriia: navchalnyi posibnyk / S.M. Kovalov, A.V. Zolotova. – K.: KNUBA, 2008. – 124 s.

14. Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika. Spetsialni rozdily. Vypusk 1 / S.M. Kovalov, M.S. Ihumen, S.Y. Pustiulha, V.Ie. Mykhailenko y dr.; za red. V.Ie. Mykhailenka. – Lutsk: Redaktsiino-vydavnychyi viddil LDTU, 2006. – 256 s.