

DOI: 10.32347/2076-815x.2020.75.55-71

УДК 624.014 (688.775.3)

к.т.н., доцент **Білик А.С.**,

artem.bilyk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9219-920X ,

**Цюпин Є.І.**, standartbc@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9428-6166 ,

Київський національний університет будівництва і архітектури

## **СТІЙКІСТЬ СТАЛЕВИХ СТРИЖНІВ СТАЛЕВОЇ ФЕРМИ З ЖОРСТКИМИ ЗВАРНИМИ ВУЗЛАМИ**

*Для конструктивних рішень будівель та споруд з металевим каркасом ефективним дизайнерським рішенням є сталеві системи ферми з жорсткими зварними з'єднаннями. Зокрема, оригінальні конструктивні форми з металевих конструкцій використовуються для проектування об'єктів міського середовища. Такі конструктивні рішення підвищують живучість та надійність при тривалій експлуатації. У випадку середніх прольотів просторових конструкцій ферм: 24,0 м - 60,0 м, центральні елементи конструкцій мають підвищену гнучкість. Робота стиснених стійок ферм з жорсткими зварними з'єднаннями найбільш точно описується моделлю, в якій одна опора жорстка, а інша має пружні умови опори. Різниця в кутах повороту зварних з'єднань сталеві ферми, з'єднаних діагональними розпірками, є фактором пружної опори. За методом вихідних параметрів записано критерій стійкості затиснутої стійки при пружному затисканні однієї з опор. Проведено чисельні дослідження стійкості стійок елементів сталевих ферм з жорсткими зварними з'єднаннями. Отримані графіки коефіцієнтів параметрів розрахункової довжини в залежності від еластичності жорстких зварних з'єднань діагональних елементів сталеві ферми.*

*Ключові слова: стійкість Ейлера пружних стрижнів сталевих ферм; жорстка опора; пружна опора; живучість; підвищена гнучкість стрижнів; пружна робота; критерій стійкості; жорсткі вузли металевих ферм; параметр коефіцієнта розрахункової довжини діагональних елементів сталеві ферми.*

**Постановка проблеми.** При проектуванні просторових стрижневих конструкцій середніх прольотів 24,0 - 60,0 м раціональними конструкціями сталевих ферм з підвищеною живучістю мають конструктивні рішення сталевих систем з жорсткими вузлами. При певному рівні навантажень раціональним та оптимальним конструктивним рішенням є конструктивні

системи з використанням стрижнів решітки підвищеної гнучкості. Вплив випадкових ексцентриситетів на стійкість гнучких стрижнів має нелінійний характер і в більшості випадків приймається за сталу величину в залежності від радіуса інерції перерізу:  $e_{tr} = i_{tr} / 20$  [1]. Але ексцентриситети у вузлах ферм мають додаткову закономірність та походження, яка обумовлена технологією виготовлення. Так за ДСТУ Б В.2.6-199:2014 «Конструкції сталеві будівельні. Вимоги до виготовлення» у вузлах ферм може виникати додатковий згинальний момент від розцентровки розкосів. Цей випадковий ексцентриситет, який утворюється при виготовленні, в поясах ферм залежить від висоти перерізу поясів ферм, а не від перерізу розкосів, і тому може перевищувати теоретично врахований при розрахунку на стійкість.

Вплив дійсних недосконалостей конструктивної форми стрижнів і сталевих конструкцій в цілому, важливий також для визначення технічного стану стиснутих елементів з метою виявлення дійсного ресурсу з урахуванням початкових недосконалостей та виявлених вигинів, отриманих під час експлуатації.

Тому подальші дослідження стійкості гнучких стрижнів при початкових недосконалостях є важливою науково-технічною задачею, пов'язаною з важливою проблемою виявлення дійсного ресурсу конструкцій і проблемою удосконалення проектування конструкцій з підвищеним рівнем надійності і конструктивної безпеки при довготривалій експлуатації.

#### **Аналіз досліджень.**

Дослідження стійкості центрально-стиснутих стрижнів в межах пружної роботи сталі та з урахування початкових недосконалостей мають гарну історію і практичні результати [1-8], які увійшли до нормативних документів з проектування сталевих конструкцій європейських країн та нашої держави [1,25]. Подальший розвиток теорії стійкості стрижнів був направлений на удосконалення розрахунку стрижнів на стійкість із змінним перерізом [6,7,8] для різноманітних сталевих рам [11...15], у тому числі отримані нові наукові і експериментальні результати просторової стійкості сталевих двотаврів із плавно-змінним перерізом по довжині [10,12]. Важливими також є задачі з уточнення коефіцієнтів розрахункової довжини та форми втрати стійкості різних конструктивних рішень пружних рам [18...21] і просторових систем [27,28]. Отримала розвиток і удосконалення теорія просторової стійкості тонкостінних стрижнів [10,12,22,23] з урахуванням складної конструктивної форми перерізу [22,23]. Важливим напрямком досліджень стали роботи присвячені стійкості стрижнів з урахуванням розвитку обмежених пластичних деформацій [1,2...6,10,22,24,25,26]. Розрахунок з урахуванням

пластичних деформацій важливий для визначення максимальної несучої спроможності конструкцій при аварійних навантаженнях[16,17].

Основна задача розрахунку на стійкість стрижнів з урахуванням початкових недосконалостей заключається в тому як впливають ці фактори при виявлених конструктивних запасів, при перевищенні початкових недосконалостях і отриманих вигинів під час експлуатації

### Виклад основного матеріалу дослідження.

Дослідження стійкості стрижнів на пружних опорах відомі і отримані в ряді робіт їх критерії в загальному вигляді. Але числових досліджень значень коефіцієнтів розрахункової довжини стрижнів на пружних опорах при зміні самої жорсткості пружних опор недостатньо.

Для проведення досліджень розглянута стійкість пружного стрижня в загальному вигляді ( рис.1).

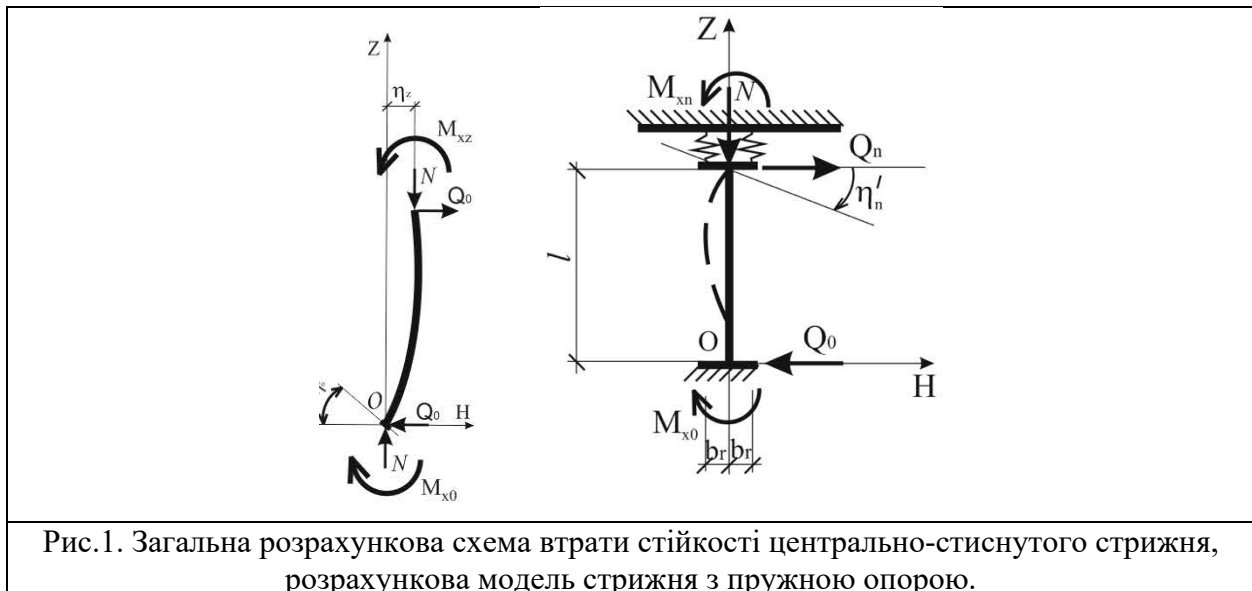


Рис.1. Загальна розрахункова схема втрати стійкості центрально-стиснутого стрижня, розрахункова модель стрижня з пружною опорою.

Стрижень має наступні геометричні характеристики  $I_x$  - постійний момент інерції перерізу, і площу перерізу –  $A$ .

Прийнята Декартова система координат із центром в центрі ваги симетричного перерізу. Стояк стиснутий силою  $N$ , яка діє поздовж осі  $OZ$ . За методом початкових параметрів початкове значення згинального моменту прийнято позначати -  $M_{x0}$ , значення згинального моменту в довільному перерізі з координатою  $z$  позначено – через  $M_{xz}$ , при  $z = l \rightarrow M_{xn}$ . Переміщення кінця стрижня з координатою  $z=0$  позначено через  $\eta_0$ , переміщення перерізу стояка з довільною координатою  $z$  позначено через  $\eta_z$ . Відповідно кути повороту перерізу  $z = 0 \rightarrow \eta'_0$ ,  $z = z_i \rightarrow \eta'_z$ ,  $z = l \rightarrow \eta'_n$ . Прийнято позначення поперечної сили:  $z = 0 \rightarrow Q_0$ ,  $z = z_i \rightarrow Q_z$ ,  $z = l \rightarrow Q_n$ .

За традиційним підходом рівняння рівноваги за сумою моментів відносно точки з координатою  $z$  [Карнаухов, Киселев В.А., Баженов В.А., Білик С.І.] стрижня переводять до лінійного диференціального рівняння другого ступеня.

$$(\eta_z - \eta_0)N + M_{x0} - M_{xz} + \frac{Q_0 l z}{N} = 0; M_{xz} = -\eta'' EI_{xz}.$$

$$\eta'' EI_{xz} + \eta_z N = +\eta_0 N - M_{x0} - \frac{Q_0 l z}{N}. \quad (1)$$

Остаточно при  $k^2 = \frac{Nl^2}{EI_{x0}}$ :

$$\eta_{tz}'' + k^2 \eta_{tz} = k^2 \eta_0 - \frac{M_{x0} l^2}{EI_{x0}} - \frac{Q_0 l^3}{EI_{x0}} t_z. \quad (2)$$

Відомо, що рішення диференціального рівняння (2) складається з основного рішення ( $\eta_{tz1}$ ) однорідного диференціального рівняння ( $\eta_{tz}'' + k^2 \eta_{tz} = 0$ ), і часткового рішення  $\bar{\eta}_{tz}$  неоднорідного диференціального рівняння (2).

$$\eta_{tz} = \eta_{tz1} + \bar{\eta}_{tz} \quad (3)$$

Рішення диференціального рівняння відоме [2,7,8,9].

$$\eta_{tz1} = A \sin kt_z + B \cos kt_z + \bar{\eta}_{tz}; \quad (4)$$

$$\bar{\eta}_{tz} = D_0 + D_1 t_z + D_2 t_z^2 + D_3 t_z^3.$$

Таким чином, рішення диференціального рівняння (2) в загальному виді для переміщень і кутів повороту перерізу за методом початкових параметрів при відносній координаті має вид [2,7,8,9].

$$\eta_{tz} = A \sin kt_z + B \cos kt_z + \bar{\eta}_{tz} = A \sin kt_z + B \cos kt_z + \eta_0 - \frac{M_{x0} l^2}{k^2 EI_{x0}} - \frac{Q_0 l^3}{k^2 EI_{x0}} t_z. \quad (5)$$

Крайові умови обпирання на початку стояка дають такі співвідношення між невідомими коефіцієнтами при тригонометричних функціях і початковими величинами згинальних моментів і поперечних сил на кінці стрижня

$$t_z = 0 \rightarrow \eta_{t0} = B + \eta_{t0} - \frac{M_{x0} l^2}{k^2 EI_{x0}} \rightarrow B = + \frac{M_{x0} l^2}{k^2 EI_{x0}}$$

$$t_z = 0 \rightarrow \eta'_{t0} = \frac{Ak}{l} - \frac{Q_0 l^2}{k^2 EI_{x0}} \rightarrow A = \frac{\eta'_{t0} l}{k} + \frac{Q_0 l^3}{k^3 EI_{x0}}. \quad (6)$$

Підстановка формул (6) у рішення диференціального рівняння стійкості стрижня (5) приводить до запису рішення стійкості стрижня за методом початкових параметрів при відносній координаті.

$$\begin{aligned}
 \eta_{tz} &= \eta_0 + \frac{\eta'_{t0}l}{k} \sin kt_z + \frac{M_{x0}l^2}{k^2 EI_{x0}} (\cos kt_z - 1) + \frac{Q_0l^3}{k^3 EI_{x0}} (\sin kt_z - kt_z) \\
 \eta'_{tz} &= \eta'_{t0} \cos kt_z - \frac{M_{x0}l}{k EI_{x0}} (\sin kt_z) - \frac{Q_0l^2}{k^2 EI_{x0}} (1 - \cos kt_z) \\
 \eta''_{tz} &= -\frac{\eta'_{t0}k \sin kt_z}{l} - \frac{M_{x0}}{EI_{x0}} (\cos kt_z) - \frac{Q_0l}{k EI_{x0}} \sin kt_z \dots \\
 M_{xz} &= -\eta''_{tz} EI_{x0} \\
 M_{xz} &= \eta'_{t0} \frac{k EI_{x0}}{l} \sin kt_z + M_{x0} (\cos kt_z) + \frac{Q_0l}{k} \sin kt_z
 \end{aligned} \tag{7}$$

Для елементів решітки ферм з жорсткими вузлами найбільш характерним випадком модель роботи стрижня защемленого двома кінцями на опорах, одна з яких має жорстке защемлення на пружних опорах а інша жорстке нерухоме защемлення (рисунок 1). Таке моделювання стиснутих розкосів ферм є результатом роботи сталеві розкісною решітки ферми у складі ферми. Так як розкіс розташований у фермі під кутом то кути повороту перерізу кінців стрижня будуть різні. Ферма як балковий елемент буде мати максимальний кут повороту перерізу на опорі, а від опори до центру кути повороту перерізу будуть зменшуватись.

Прийнято позначення згинального моменту в пружній опорі в залежності від кута повороту перерізу -  $\eta'_{tn}$ .

$$\eta_0 = 0; \eta'_{t0} = 0; t_z = 1 \rightarrow M_{xn} = -2k_{r1}b_r^2 \eta'_{tn}; \eta_{tn} = 0. \quad \eta'_{tn} = -\frac{M_{xn}}{2k_{r1}b_r^2} \tag{8}$$

Тепер.

$$\eta_{tn} = -\frac{M_{x0}l^2}{k^2 EI_{x0}} (1 - \cos k) - \frac{Q_0l^3}{k^3 EI_{x0}} (k - \sin k) = 0 \tag{9}$$

$$\eta'_{tn} = -\frac{M_{x0}l}{k EI_{x0}} (\sin k) - \frac{Q_0l^2}{k^2 EI_{x0}} (1 - \cos k)$$

$$M_{xn} = M_{x0} (\cos kt_z) + \frac{Q_0l}{k} \sin kt_z; \quad \eta'_{tn} = -\frac{M_{xn}}{2k_{r1}b_r^2} \tag{10}$$

Остаточно маємо два рівняння з двома невідомими:  $\frac{Q_0l^3}{EI_{x0}}$ ;  $\frac{M_{x0}l^2}{EI_{x0}}$ .

$$\left\{ \begin{aligned}
 &-\frac{M_{x0}l^2}{k^2 EI_{x0}} (1 - \cos k) - \frac{Q_0l^3}{k^3 EI_{x0}} (k - \sin k) = 0 \\
 &\frac{M_{x0}l^2}{k^2 EI_{x0}} \left[ -k (\sin k) + \frac{k^2 EI_{x0}}{2l k_{r1}b_r^2} (\cos k) \right] + \frac{Q_0l^3}{k^3 EI_{x0}} \left[ -k (1 - \cos k) + \frac{k^2 EI_{x0}}{2lk_{r1}b_r^2} \sin k \right] = 0
 \end{aligned} \right. \tag{12}$$

В цьому випадку необхідною і достатньою умовою втрати стійкості є рівність нулю головного визначника системи (12).

$$\begin{vmatrix} -(1-\cos k) & -(k-\sin k) \\ \left[ -k(\sin k) + k^2 \frac{EI_{x0}}{2lk_{r1}b_r^2}(\cos k) \right] & \left[ -k(1-\cos k) + k^2 \frac{EI_{x0}}{2lk_{r1}b_r^2} \sin k \right] \end{vmatrix} = 0. \quad (13)$$

В розгорнутому вигляді маємо критерій стійкості центрально-стиснутого стояка з пружно защемленою опору у вигляді трансцендентного рівняння стояка [8,9,21].

$$-(1-\cos k) \left[ -k(1-\cos k) + k^2 \frac{EI_{x0}}{2lk_{r1}b_r^2} \sin k \right] - [-(k-\sin k)] \left[ -k(\sin k) + k^2 \frac{EI_{x0}}{2lk_{r1}b_r^2}(\cos k) \right] = 0. \quad (14)$$

Отримане аналітичне рівняння стійкості (14) співпадає із отриманими узагальненими рішеннями інших авторів [2,7,8,9], але має запис у відносних координатах, що дозволяє проводити числові дослідження для універсальних випадків при різній жорсткості опор.

Також достовірність такого рішення підтверджується переходом критерія (14) у більш відомі критерії стійкості центрально стиснутих стрижнів при традиційних умовах обпирання.

Так при зменшенні жорсткості пружних опор ( $k_{r1} \rightarrow 0$ ) стійкість стрижня при жорстко-пружних опорах наближаються до визначенню стійкості стояка з одною жорсткою опорою, а з іншою шарнірно опертою. Систему (12) приводять до виду, щоб уникнути ділення на «нуль», тоді маємо критерій стійкості центрально-стиснутого стрижня при  $k_{r1} \rightarrow 0$ .

$$k_{r1} \rightarrow 0 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{M_{x0}l^2}{k^2 EI_{x0}}(1-\cos k) - \frac{Q_0l^3}{k^3 EI_{x0}}(k-\sin k) = 0 \\ \frac{M_{x0}l^2}{k^2 EI_{x0}}[(\cos k)] + \frac{Q_0l^3}{k^3 EI_{x0}}[\sin k] = 0 \end{array} \right.$$

$$F(k) = tgk - k = 0. \quad (15)$$

Таким чином, отримано відомий критерій стійкості (15) центрально стиснутого стояка з одною опорою жорстко защемленою, а іншою шарнірною:  $tgk = k$ , параметр критерію стійкості  $k=4,493$ , відповідно коефіцієнт розрахункової довжини стояка при таких умовах закріплення:  $\mu_x=0,69929 \approx 0,7$ . Достовірність отриманих рівнянь доведена.

У випадку збільшення жорсткості пружних опор  $k_{r1} \rightarrow \infty \frac{EI_{x0}}{2l k_{r1} b_r^2} \rightarrow 0$  умови закріплення переходять до відомого випадку стійкості центрально стиснутого стрижня жорстко защемленого на двох кінцях.

Остаточно критерій стійкості центрально стиснутого стрижня жорстко защемленого з обох сторін при перетворенні від критерію. (12,13) при умові  $k_{r1} \rightarrow \infty \frac{EI_{x0}}{2l k_{r1} b_r^2} \rightarrow 0$ .

$$\sin \frac{k}{2} \left[ 4 \sin^3 \frac{k}{2} + 2k \left( \cos \frac{k}{2} \right) + \left( 2 \sin \frac{k}{2} \cos^2 \frac{k}{2} \right) \right] = 0. \quad \sin \frac{k}{2} = 0. \quad (16)$$

Умова (16) виконується при  $\sin \frac{k}{2} = 0$ , що відповідає значенню  $\frac{k}{2} = \pi n \rightarrow n=1 \rightarrow \frac{k}{2} = \pi$ , що відповідає значенню параметра критерію стійкості та коефіцієнта розрахункової довжини  $k = 2\pi \rightarrow \mu_x = 0,5$ .

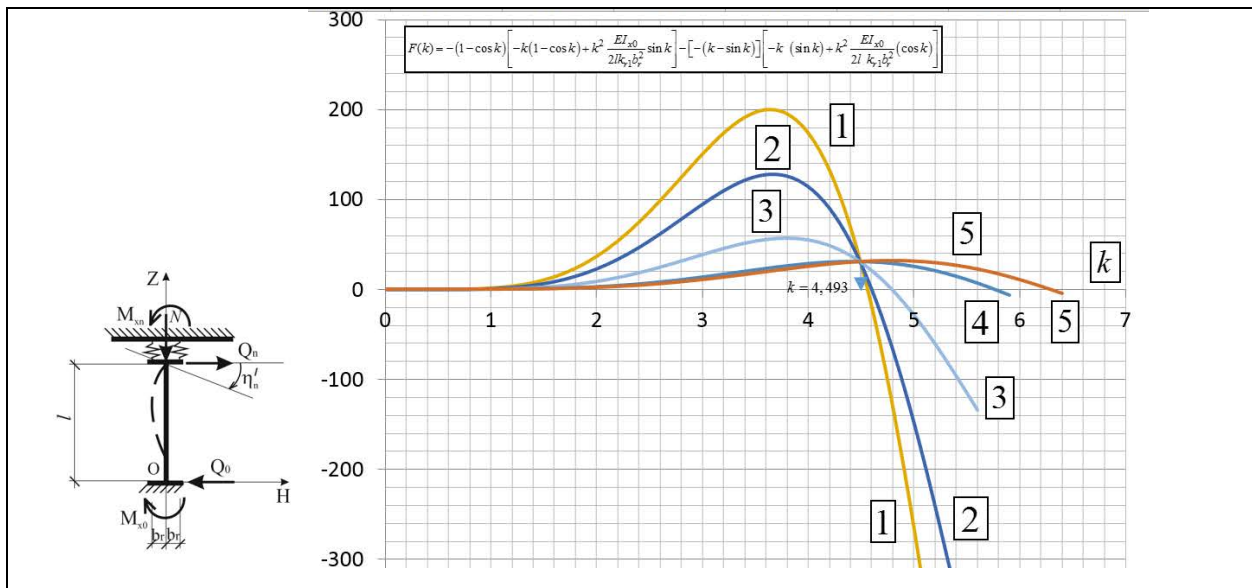


Рис.2. Графіки функції (2.22) при різній жорсткості пружного защемлення одного кінця стрижня: графік 1-  $\frac{EI_{x0}}{2l k_{r1} b_r^2} = -5,0$ ; графік 2-  $\frac{EI_{x0}}{2l k_{r1} b_r^2} = -3,0$ ; графік 3 -  $\frac{EI_{x0}}{2l k_{r1} b_r^2} = -1,0$ ; графік 4 -  $\frac{EI_{x0}}{2l k_{r1} b_r^2} = -0,1$ ; графік 5 -  $\frac{EI_{x0}}{2l k_{r1} b_r^2} = -0,001$ .

Проведені числові дослідження функції критерію (14).

На рис.2 показані результати числових досліджень функції (14) при різних значення жорсткості пружних опор від  $-\frac{EI_{x0}}{2l k_{r1} b_r^2} = -5,0$  до значення

$\frac{EI_{x0}}{2l k_{r1} b_r^2} = 0,001$ . Показано плавне переміщення рішення рівняння (14) (точок перетину графіків функції (14) осі абсцис) при зміні пружності защемлення

однієї із опор, при високих значення жорсткості пружності защемлення ( $\frac{EI_{x0}}{2l k_r b_r^2} = 0,001$ ) рішенням рівняння (14) є значення  $k = 6,2826 \rightarrow \mu_x \approx 0,5$ , що достатньо близько наближається до стандартного значення  $k = 2\pi = 2 \times 3,14159 = 6,28319 \rightarrow \mu_x = 0,5$ . З іншого боку при суттєво слабкому защемленні ( $\frac{EI_{x0}}{2l k_r b_r^2} = -5$ ) рішенням рівняння є значення  $k = 4,561 \rightarrow \mu_x \approx 0,6888$ , що достатньо наближається до стандартного значення  $k = \pi/2 \rightarrow \mu_x = 0,7$ .

Також помічено, що всі функції (14) перетинаються в одній точці - фокусі функцій. Тому прийнято дослідити більш детально функцію (14).

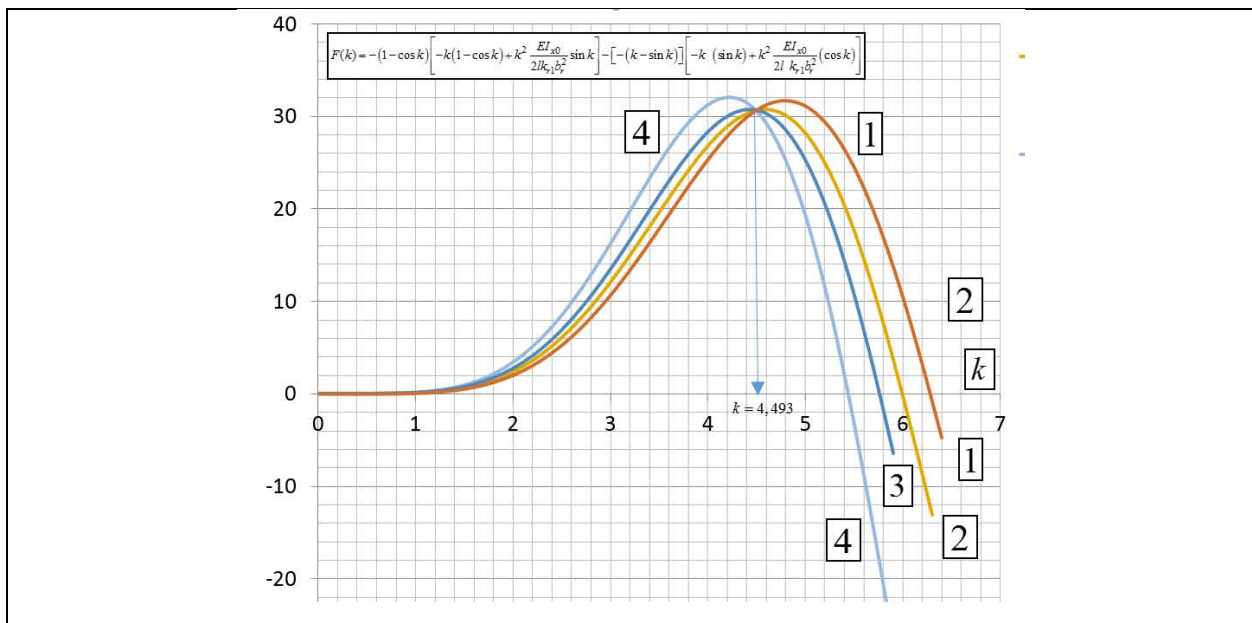


Рис.3. Графіки функції (14) при різних жорсткостях пружного защемлення одного кінця центрально-стиснутого стрижня: графік 1 -  $\frac{EI_{x0}}{2l k_r b_r^2} = -0,0001$ ; графік 2 -  $\frac{EI_{x0}}{2l k_r b_r^2} = -0,05$ ; графік 3 -  $\frac{EI_{x0}}{2l k_r b_r^2} = -0,1$ ; графік 4 -  $\frac{EI_{x0}}{2l k_r b_r^2} = -0,2$ .



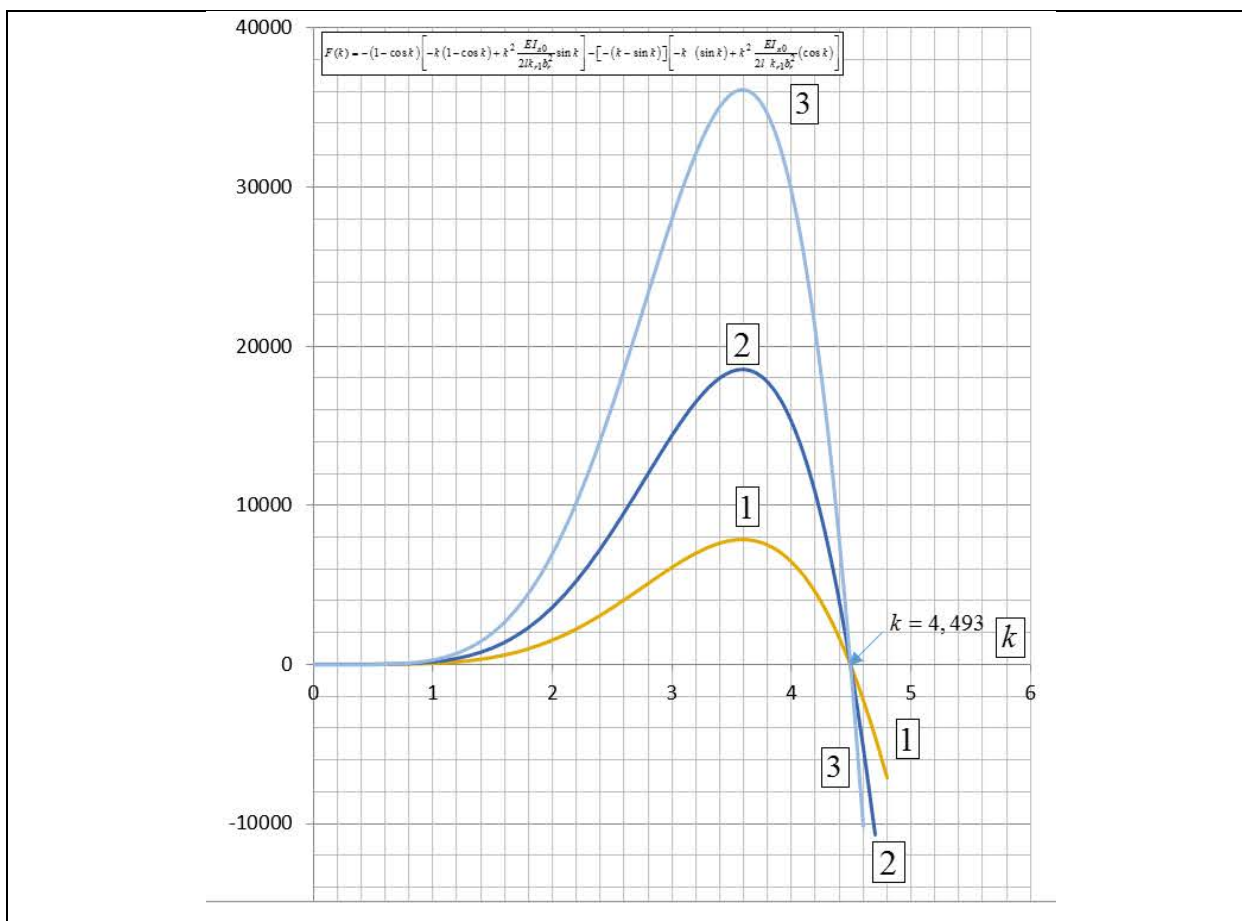


Рис.4. Графіки функції (14) при різній жорсткості пружного защемлення одного кінця стрижня: графік 1 -  $\frac{EI_{x0}}{2l k_{r1} b_r^2} = -6,0$ ; графік 2 -  $\frac{EI_{x0}}{2l k_{r1} b_r^2} = -8,0$ ; графік 3 -  $\frac{EI_{x0}}{2l k_{r1} b_r^2} = -10,0$ .

Дослідження показали, що фокусна точка всіх кривих функції (14) має проекцію на вісь «k» рівною  $k = 4,4929$  ( $\mu_x = 0,69929 \approx 0,7$ ).

Числові дослідження коефіцієнтів розрахункової довжини  $\mu_x$  за рис.2-3 зведені у таблицю 1.

Табл. 2.2

Коефіцієнти розрахункової довжини  $\mu_x$  за рис.2.7...2.9.

$\frac{EI_{x0}}{2l k_{r1} b_r^2}$	$k$	$\mu_x$	$\frac{EI_{x0}}{2l k_{r1} b_r^2}$	$k$	$\mu_x$
-8	4,4927	0,69927	0,07	4,8967	0,64157
-6	4,4922	0,69922	0,5	5,0182	0,62604
-5	4,5605	0,68887	-0,2	5,4383	0,5777
-3	4,6031	0,68249	-0,1	5,7579	0,5456
2	4,654	0,675	0,05	5,9918	0,52432
-1	4,7926	0,65551	-0,0001	6,2826	0,5

В табл.1 показана на числових значеннях коефіцієнта розрахункової довжини защемленого центрально-стиснутого стояка з пружним одним защемленням поступовий перехід від стояка жорстко защемленого з двох сторін до стояка  $\mu_x=0,5$  до стояка із однією шарнірною опорою  $\mu_x=0,7$ .

### Висновки

Числові дослідження показали, що всі криві критерію стійкості (13,14) центрально-стиснутого стрижня з однією жорсткою опорою, а з другою пружною мають фокусну точку, із сталою координату рівною значенню параметра стійкості з двома жорсткими опорами – це уточнення бачення внутрішньої закономірності рівняння (14). Користуючись методологічним підходом можливим є врахування початкових додаткових згинальних моментів та початкових ексцентриситетів отриманих під час виготовлення конструкцій і отримати їх вплив на загальну стійкість стрижнів.

### Література:

1. Металеві конструкції: Загальний курс: Підручник для вищих навчальних закладів. Нілов О.О., Пермяков В.О., Шимановський О.В., Білик С.І., Лаврінченко Л.І., Белов І.Д., Білик С.І., Володимирський. Видання 2-е, перероблене і доповнене / Під загальною редакцією О.О. Нілова та О.В. Шимановського/- К.: Видавництво «Сталь», 2010. - 869 с.
2. S.P. Timoshenko, and J.M. Gere, “Theory of Elastic Stability”, New York: Mc-Graw Hill, 1961.
3. Bazhenov V.A. Budivelna mekhanika i teoriia sporud. Narysy z istorii (Construction mechanics and the theory of structures. Essays on history) / V.A. Bazhenov, Yu.V. Vorona, A.V. Perelmuter. – К.: Karavela, 2016. – 428 p. <https://scadsoft.com/download/History.pdf>.
4. Bažant Z.P. Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories /Z.P. Bažant, L. Cedolin, // J. W.Hutchinson Materials Science, Mathematics Journal of Applied Mechanics.- **World Scientific**-1991-P.976. <https://www.bookdepository.com/Stability-Structures-Z-P-Bazant/9780486425689>
5. Thompson, J.M.T.; Hunt, G.W. (1973). A general theory of elastic stability. London: John Wiley. ISBN 9780471859918. 322 pp. <https://www.cambridge.org/core/journals/aeronautical-journal/article/abs/a-general-theory-of-elastic-stability-j-m-t-thompson-and-g-w-hunt-john-wiley-london-1973-322-pp-illustrated-> .
6. Timoshenko S. Strength of Materials, 3rd edition. Part 2. Advanced Theory and Problems. — Melbourne (Florida): Krieger Publishing Company, 1976. — 588 p. — ISBN 0-89874-621-3. .

7. Dynnyk A. Stability of elastic systems / A.N. Dynnyk . - М .: ONTI, 1935. -186 <https://www.twirpx.com/file/2146790>.
8. Volmir A.S. Stability of deformable systems. - М .: "NAUKA", 1967. - 984 p.[{Russian}](http://pnu.edu.ru/media/filer_public/2013/04/10/4-7_volmir_1967).
9. Pisarenko G.C. Handbook of material resistance // G.C. Pisarenko, A.P. Yakovlev, V.V. Matveev /.- Kyiv: «DeLTA», 2008.- 816 p.
10. Belyy G., Askinazi V. Overall stability of steel web-tapered members// Materials Physics and Mechanics, 31 (2017). – P 63-66 [https://mpm.spbstu.ru/userfiles/files/MPM131\\_17\\_belyy.pdf](https://mpm.spbstu.ru/userfiles/files/MPM131_17_belyy.pdf).
11. Bilyk S. I. Stability analysis of bisymmetrical tapered I-beams / S. I. Bilyk // Progress in Steel, Composite and Aluminium Structures Proceeding of the XI international conference on metal structures (ICMS–2006): Pzeszow, Poland, 21–23 June 2006-p. – Pzeszow, 2006. – С.254–255. .
12. Білик С. І. Раціональні сталеві каркаси малоенергоємних будівель із двотаврів змінного перерізу : дис. доктора. техн. наук : 05.23.01 /С.І. Білик – Київ, 2008. – 460 с.
13. Bilyk S.I., Bilyk A.S., Nilova T.O., Shpynda V.Z., Tsyupyn E.I. Buckling of the steel frames with the I-shaped cross-section columns of variable web height // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 140-154. [http://opir.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-100/11-100\\_bylik.pdf](http://opir.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-100/11-100_bylik.pdf) .
14. Saffari H., Rahgozar R., Jahanshahi R. An efficient method for computation of effective length factor of columns in a steel gabled frame with tapered members// Journal of Constructional Steel Research, 64 (2008) – P. 400–406. [https://www.researchgate.net/profile/Reza\\_Rahgozar/publication/235679033.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Reza_Rahgozar/publication/235679033.pdf)..
15. Sklyarov I.O. Application of monosymmetrical i-beams in light metal frames with variable stiffness / Sklyarov I.O. // Odes'kyi Politechnichniy Universytet. Pratsi: Scientific, science and technology collected articles. — Odesa, 2016. — Issue 1(48). — 106 p. .— Language: ENG-UKR. С. 30-34, DOI: 10.15276/opu.1.48.2016.06. [https://www.researchgate.net/publication/301902796\\_application\\_of\\_monosymmetrical\\_i-beams\\_in\\_light\\_metal\\_frames\\_with\\_variable\\_stiffness](https://www.researchgate.net/publication/301902796_application_of_monosymmetrical_i-beams_in_light_metal_frames_with_variable_stiffness) .
16. Bilyk A.S. Modern methods of progressive collapse simulation of building and structures/A.S. Bilyk, A.I. Kovalenko// Construction, materials science, mechanical engineering. PGASA. Dnipropetrovsk. - 87/2016 – P. 35-43, <http://smm.pgasa.dp.ua/article/view/72349>.
17. Daurov M.K., Bilyk A.S. Providing of the vitality of steel frames of high-rise buildings under action of fire // Strength of Materials and Theory of

Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2019. – Issue 102. – P. 62-68. <http://opir.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-102/08-102.pdf>.

18. Bilyk S. Determination of critical load of elastic steel column based on experimental data // Підводні технології. Промислова та цивільна інженерія. міжнар. наук.-вироб. журн. К., КНУБА, Вип.04/2016, С.89-96, . <http://library.knuba.edu.ua/books/zbirniki/12/201604.pdf>.

19. Bilyk S.I. Reduction factor for buckling of central-compressed steel elements considering initial geometrical imperfections and residual stresses / S.I. Bilyk , A.S. Bilyk // Construction, materials science, mechanical engineering]. PGASA. Dnipropetrovsk, 2015, no. 82, pp. 32–37. <http://srd.pgasa.dp.ua:8080/bitstream/123456789/3402/1/Bilyk.pdf>.

20. Bilyk A.S. Method of determining the coefficient of the calculated length of the columns, hinged to the lower end by the method of initial parameters / A.Bilyk, E. Tsyuryn, L. Djanov // Будівельні конструкції. Теорія і практика:Зб. наук. пр. Вип. 4. – Київ. МОН України, КНУБА, 2019. – С. 70–77. DOI: 10.32347/2522-4182.4.2019.70-77.

<http://library.knuba.edu.ua/books/zbirniki/18/4/PDF%20V4/8-70-77.pdf>.

21. Bilyk S.I. Determination of coefficient of calculation length of bar gimballed in bottom part/ A.Bilyk, E. Tsyuryn, T.A. Kluchnichenko, L. Djanov// Building constructions. Theory and practice: a collection of scientific papers. V. 2. Київ: КНУБА, 2018. с. 162-169, <http://bctp.knuba.edu.ua/article/view/193486/194066>.

22. Schafer B.W., Local, Distortional, and Euler Buckling of Thin-Walled Columns J. Str. Eng., Vol. 128, No. 3, 2002, pp.289-299. <https://www.ce.jhu.edu/cfs/cfslibrary/jse2002%20schafer%20columns%20paper.pdf>.

23. Yurchenko Vitalina V. Searching shear forces flows for an arbitrary cross-section of a thin-walled bar: development of numerical algorithm based on the graph theory/International journal for computational civil and structural engineering/V.15(1)/p.p.153-170 (2019). DOI:10.22337/2587-9618-15-1-153-170. <https://scholar.google.com/citations?user=JFflbsYAAAAJ&hl=uk>.

24. Bilyk A.S. Feasibility of the algorithmic optimization of multistory buildings with steel frame /A.S. Bilyk, M.I. Ternovyuy, S.V. Khmelnytsky// No82, 2015. - p. 38-43, (in Ukrainian). <http://smm.pgasa.dp.ua/article/view/67270/62587>.

25. Bilyk S.I., The calculation of steel beams with considering development of the limited plastic deformation and with using trilinear approximation to the unified tensile diagram for steel/ S.I. Bilik, S.V. Balakina, T.A. Kovtun-Gorbacheva, D. M. Zezyukov, T. F. Nagorna, O. G. Zinkevich// Construction, materials science, mechanical engineering/ -PGASA.- No75, 2014. - p. 20-24,(in Ukrainian). - <http://smm.pgasa.dp.ua/>, <http://smm.pgasa.dp.ua/article/view/57452>.

26. Білик С.І., Білик А.С. Коефіцієнт стійкості центрально-стиснутих сталевих елементів з урахуванням початкових деформацій та геометричних недосконалостей/ С.І. Білик, А.С. Білик/ Сб-к наук. трудов строительство, материаловедение, машиностроение. в. 82 -2015.-С.32-37, <http://srd.pgasa.dp.ua:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/3402/Bilyk.pdf?sequence=1>.

27. Bilyk S.I., Tonkacheiev V.G. The influence of direction of the nodal load on stability of the von Mises truss with elastic supports on the example of ribbed domes with rings of steel/ S.I. Bilyk, V.G. Tonkacheiev// Construction, materials science, mechanical engineering. - No 82, 2015. - p. 44-49, <http://smm.pgasa.dp.ua/article/view/67272>.

28. Bilyk Sergiy, Tonkacheiev Vitaliy, Determining sloped-load limits inside von Mises truss with elastic support. *Materiali in tehnologije.*, Ljubljana, Slovenija 52 (2018), 105-109, doi:10.17222/mit.2016.083.

29. Shirin Jowhari Moghadam. Plastic Buckling of Columns and Plates /Department of Civil and Environmental Engineering Imperial College London. - London SW7 2AZ.-2015 –P. 212. <https://core.ac.uk/download/pdf/77002964.pdf>.

к.т.н., доцент Білик А.С., Цюпин Е.И.,  
Киевский национальный университет строительства и архитектуры

## **УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЛЬНЫХ СТЕРЖНЕЙ СТАЛЬНОЙ ФЕРМЫ С ЖЕСТКИМИ СВАРНЫМИ УЗЛАМИ**

Для конструктивных решений зданий и сооружений с металлическим каркасом эффективным конструктивным решением являются стальные системы фермы с жесткими сварными соединениями. В частности, оригинальные конструктивные формы из металлических конструкций используются при проектировании объектов городской среды. Такие конструктивные решения имеют необходимую живучесть и надежность при длительной эксплуатации. В случае средних пролетов пространственных ферм: 24,0 - 60,0 м центральные элементы конструкций имеют повышенную гибкость. Работа сжатых подкосов ферм с жесткими сварными соединениями наиболее точно описывается моделью, в которой одна опора является жесткой, а другая имеет условия упругой опоры. Разница в углах поворота сварных соединений стальной фермы, соединенных диагональным элементом, является фактором упругой опоры. По методу начальных параметров выписывается критерий устойчивости подкосов при упругом закреплении одной из опор. Проведены численные исследования устойчивости стальных элементов ферм с жесткими сварными

узловими соединениями. Получены графики коэффициентов параметра расчетной их длины в зависимости от упругости жестких сварных соединений диагональных элементов стальной фермы.

Ph.D., Associate Professor Bilyk Artem,  
post-graduate student Tsyupyn Evgen,  
Kyiv National University of Construction and Architecture

## STABILITY OF STEEL ELEMENTS OF A STEEL TRUSSES WITH A RIGID WELDED JOINTS

For structural solutions of buildings and structures, one of the effective design solution is a steel trusses with a rigid welded joints. In the case of medium spans of spatial trusses structures: 24.0 m - 60.0 m, the central elements of the structures usually may have increased slenderness. The work of compressed struts in the trusses with rigid welded joints is most accurately described by a model in which one support is rigid and the other one has an elastic support conditions. The difference in the angles of rotation of welded joints of a steel truss connected by diagonal struts is a factor of the elastic support. So, according to the method of initial parameters, the criterion of stability of the clamped strut at elastic clamping of one of the supports is shown. Numerical researches of stability of the struts of steel trusses elements with rigid welded joints are carried out. The obtained graphs of the parameter coefficients of the effective length of struts depending on the elasticity of the rigid welded joints diagonal elements of a steel truss.

Keywords: Euler stability of elastic rods, elements; steel space trusses; rigid support; elastic support; survivability; slenderness of rods; elastic work; stability criterion; rigid joints of metal trusses; the parameter of the coefficient of the effective length of a diagonal elements in steel trusses.

### REFERENS

1. Metal structures: Handbook/ Nilov O.O., Permyakov V.O., Shimanovskiy O.V., Bilyk S.I., Lavrinenko L.I., Belov I.D., Volodimirsky V.O.// - К.: Vidavnytvo "Steel", 2010. - 869 p. {in Ukrainian}
2. S.P. Timoshenko, and J.M. Gere, "Theory of Elastic Stability", New York: Mc-Graw Hill, 1961. {in English}
3. Bazhenov V.A. Budivelna mekhanika i teoriia sporud. Narysy z istorii (Construction mechanics and the theory of structures. Essays on history) / V.A. Bazhenov, Yu.V. Vorona, A.V. Perelmuter. – К.: Karavela, 2016. – 428 p. (in Ukrainian).

4. Bažant Z.P. Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories /Z.P. Bažant, L. Cedolin, // J. W.Hutchinson Materials Science, Mathematics Journal of Applied Mechanics.- World Scientific-1991-P.976. <https://www.bookdepository.com/Stability-Structures-Z-P-Bazant/9780486425689>. {in English}
5. Thompson, J.M.T.; Hunt, G.W. (1973). A general theory of elastic stability. London: John Wiley. ISBN 9780471859918. 322 pp.  
<https://www.cambridge.org/core/journals/aeronautical-journal/article/abs/a-general-theory-of-elastic-stability-j-m-t-thompson-and-g-w-hunt-john-wiley-london-1973-322-pp-illustrated>. {in English}
6. Timoshenko S. Strength of Materials, 3rd edition. Part 2. Advanced Theory and Problems. — Melbourne (Florida): Krieger Publishing Company, 1976. — 588 p. — ISBN 0-89874-621-3. {in English}
7. Dynnyk A. Stability of elastic systems / A.N. Dynnyk . - М .: ONTI, 1935. —P.186. <https://www.twirpx.com/file/2146790/>. {in Ukrainian}.
8. Volmir A.S. Stability of deformable systems. - М .: "NAUKA", 1967. - 984 p.[http://pnu.edu.ru/media/filer\\_public/2013/04/10/4-7\\_volmir\\_1967.pdf](http://pnu.edu.ru/media/filer_public/2013/04/10/4-7_volmir_1967.pdf). {in Russian}
9. Pisarenko G.C. Handbook of material resistance // G.C. Pisarenko, A.P. Yakovlev V.V.Matveev /.- Kyiv:: «DeLTA», 2008.- 816 p. {in Russian}
10. Belyy G., Askinazi V. Overall stability of steel web-tapered members// Materials Physics and Mechanics, 31 (2017). — P 63-66 [https://mpm.spbstu.ru/userfiles/files/MPM131\\_17\\_belyy.pdf](https://mpm.spbstu.ru/userfiles/files/MPM131_17_belyy.pdf). {{in Russian}}
11. Bilyk S.I. Stability analysis of bisymmetrical tapered I-beams / S.I. Bilyk // Progress in Steel, Composite and Aluminium Structures Proceeding of the XI international conference on metal structures (ICMS–2006): Pzeszow, Poland, 21–23 June 2006-p. – Pzeszow, 2006. – C.254–255. {in English}
12. Bilyk S.I. Rational steel frameworks of low-power buildings from two-stage worms: dis. the doctors. tech. Sciences: 05.23.01 /S.I. Bilyk - Kyiv, 2008. - P. 460. {in Ukrainian}.
13. Bilyk S.I., Bilyk A.S., Nilova T.O., Shpynda V.Z., Tsyupyn E.I. Buckling of the steel frames with the I-shaped cross-section columns of variable web height // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 140-154, {in Ukrainian}. [http://opir.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-100/11-100\\_bylik.pdf](http://opir.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-100/11-100_bylik.pdf). {in English}
14. Saffari H., Rahgozar R., Jahanshahi R. An efficient method for computation of effective length factor of columns in a steel gabled frame with tapered members// Journal of Constructional Steel Research, 64 (2008) – P. 400–406.

[https://www.researchgate.net/profile/Reza\\_Rahgozar/publication/235679033.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Reza_Rahgozar/publication/235679033.pdf). {in English}

15. Sklyarov I.O. Application of monosymmetrical i-beams in light metal frames with variable stiffness / Sklyarov I.O. // Odes'kyi Politechnichnyi Universytet. Pratsi: Scientific, science and technology collected articles. — Odesa, 2016. — Issue 1(48). — 106 p. — Language: ENG-UKR. С. 30-34. DOI: 10.15276/opu.1.48.2016.06.

[https://www.researchgate.net/publication/301902796\\_application\\_of\\_monosymmetrical\\_i-beams\\_in\\_light\\_metal\\_frames\\_with\\_variable\\_stiffness](https://www.researchgate.net/publication/301902796_application_of_monosymmetrical_i-beams_in_light_metal_frames_with_variable_stiffness). {in Ukrainian}.

16. Bilyk A.S. Modern methods of progressive collapse simulation of building and structures / A.S. Bilyk, A. I. Kovalenko// Construction, materials science, mechanical engineering. PGASA. Dnipropetrovsk. - 87/2016 – P. 35-43. <http://smm.pgasa.dp.ua/article/view/72349>. {in Ukrainian}.

17. Daurov M.K., Bilyk A.S. Providing of the vitality of steel frames of high-rise buildings under action of fire // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2019. – Issue 102. – P. 62-68, <http://opir.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-102/08-102.pdf>. {in English}.

18. Bilyk S. Determination of critical load of elastic steel column based on experimental data // Underwater technologies. industrial and civil engineering. International research and production journal. - K., KNUBA, V.04/2016, C.89-96, . <http://library.knuba.edu.ua/books/zbirniki/12/201604.pdf>. {in English}

19. Bilyk S.I. Reduction factor for buckling of central-compressed steel elements considering initial geometrical imperfections and residual stresses / S.I. Bilyk , A.S. Bilyk // Construction, materials science, mechanical engineering]. PGASA. Dnipropetrovsk, 2015, no. 82, pp. 32–37. <http://srd.pgasa.dp.ua:8080/bitstream/123456789/3402/1/Bilyk.pdf>. {in Ukrainian}.

20. Bilyk A.S. Method of determining the coefficient of the calculated length of the columns, hinged to the lower end by the method of initial parameters / A.Bilyk, E. Tsyupyn, L. Djanov // Building constructions. Theory and practice: a collection of scien. papers. V. 4. - Kyiv: KNUBA, , 2019. – С. 70–77. DOI: 10.32347/2522-4182.4.2019.70-77.

<http://library.knuba.edu.ua/books/zbirniki/18/4/PDF%20V4/8-70-77.pdf>. {in Ukrainian}.

21. Bilyk S.I. Determination of coefficient of calculation length o f bar gimballled in bottom part/ A.Bilyk, E. Tsyupyn, T.A. Kluchnichenko, L. Djanov// Building constructions. Theory and practice: a collection of scientific papers.. V. 2. - Kyiv: KNUBA, 2018. c. 162-169.

<http://bctp.knuba.edu.ua/article/view/193486/194066> {in Ukrainian}.



22. Schafer B.W., Local, Distortional, and Euler Buckling of Thin-Walled Columns *J. Str. Eng.*, Vol. 128, No. 3, 2002, pp.289-299. <https://www.ce.jhu.edu/cfs/cfslibrary/jse2002%20schafer%20columns%20paper.pdf>. {in English}.
23. Yurchenko Vitalina V. Searching shear forces flows for an arbitrary cross-section of a thin-walled bar: development of numerical algorithm based on the graph theory/*International journal for computational civil and structural engineering*/V.15(1)/p.p.153-170 (2019). DOI:10.22337/2587-9618-15-1-153-170. <https://scholar.google.com/citations?user=JFflbsYAAAAJ&hl=uk>. {in English}.
24. Bilyk A.S. Feasibility of the algorithmic optimization of multistory buildings with steel frame /A.S. Bilyk, M.I. Ternovyy, S.V. Khmelnskiy// *Construction, materials science, mechanical engineering*. - No82, 2015. - p. 38-43. <http://smm.pgasa.dp.ua/article/view/67270/62587>. {in Ukrainian}.
25. Bilyk S.I., The calculation of steel beams with considering development of the limited plastic deformation and with using trilinear approximation to the unified tensile diagram for steel/ S.I. Bilik, S.V. Balakina, T.A. Kovtun-Gorbacheva, D.M. Zezyukov, T.F. Nagorna, O.G. Zinkevich// *Construction, materials science, mechanical engineering/ -PGASA*.- No75, 2014. - p. 20-24. - <http://smm.pgasa.dp.ua/>, <http://smm.pgasa.dp.ua/article/view/57452>. {in Ukrainian}.
26. Bilyk S.I., Bilyk A.S. Reduction factor for buckling of central-compressed steel elements considering initial geometrical imperfections and residual stresses / S.I. Bilyk, A.S. Bilyk // *Construction, materials science, mechanical engineering*. - No 82, 2015. - p. 32-37. <http://srd.pgasa.dp.ua:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/3402/Bilyk.pdf?sequence=1> . {in Ukrainian}.
27. Bilyk S.I., Tonkacheiev V.G. The influence of direction of the nodal load on stability of the von Mises truss with elastic supports on the example of ribbed domes with rings of steel/ S.I. Bilyk, V.G. Tonkacheiev// *Construction, materials science, mechanical engineering*. - No 82, 2015. - p. 44-49, (in Ukrainian). <http://smm.pgasa.dp.ua/article/view/67272>. {in Ukrainian}.
28. Bilyk Sergiy, Tonkacheiev Vitaliy, Determining sloped-load limits inside von Mises truss with elastic support. *Materiali in tehnologije.*, Ljubljana, Slovenija 52 (2018), 105-109, doi:10.17222/mit.2016.083. {in English}.
29. Shirin Jowhari Moghadam. Plastic Buckling of Columns and Plates /Department of Civil and Environmental Engineering Imperial College London. - London SW7 2AZ.-2015 –P. 212. <https://core.ac.uk/download/pdf/77002964.pdf>. {in English}.