

DOI: 10.32347/2076-815x.2020.74.232-246

УДК 514.18

Орел Ю.М.,

orel.yulia.m@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4754-1555,

Київський національний університет будівництва і архітектури

## ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ТРАЄКТОРІЇ ПРОКЛАДАННЯ ТРУБОПРОВОДУ ЕФЕКТИВНИХ СИСТЕМ ВОДОПОСТАЧАННЯ

*Розглядаються питання дослідження геометричного моделювання оптимальної траєкторії прокладання трубопроводів зовнішньої мережі водопостачання. На основі попереднього аналізу території будівництва за показниками економічної цінності земельних ділянок проведено побудову моделі розподілу значень питомих вартостей цих ділянок. Моделювання оптимізованої геометричної форми дискретного образу мережі трубопроводів системи водопостачання виконується із застосуванням принципів статико-геометричного методу дискретної геометрії. Коефіцієнти, що характеризують силу взаємодії між окремими вузлами, що сполучають окремі ланки трубопроводу, приймаються рівними величині параметрів питомої вартості прокладання трубопроводів по довжині ділянок системи водопостачання. Функціональні залежності оптимального розміщення вузлів трубопроводів визначаються на основі запропонованої базисної функції розподілу питомих вартостей земельних ділянок. Положення вузлів розгалуження такої системи визначаються в результаті вирішення системи нелінійних рівнянь.*

*Розглянутий в статті підхід продемонстрував добру збіжність ітераційного розрахунку. Також проведений аналіз отриманих результатів розрахунків за показниками економії матеріалів та трудових витрат, що є наслідком скорочення загальної довжини ланок змодельованої системи трубопроводів, продемонстрував достатньо високий економічний ефект при незначних корегуваннях вихідної системи. В свою чергу, практичне вирішення поставленої в даній статті задачі дозволить значно скоротити подальші як будівельні, так і експлуатаційні витрати на мережі водопостачання ще на етапі виконання проектних робіт.*

*Ключові слова: ефективні системи водопостачання, оптимальна траєкторія, дискретне геометричне моделювання.*

**Постановка проблеми.** На етапі проектування трасування трубопроводів зовнішніх інженерних мереж, в тому числі і мережі водопостачання, виникає

необхідність врахування ряду критеріїв. Це пов'язано із тим, що зовнішні інженерні мережі, як правило, прокладаються у чітко обмежених межах територій загального користування, суміщаються з траєкторіями інших інженерних мереж та транспортних сполучень, їх обслуговування вимагає зведення додаткових експлуатаційних та захисних інженерних споруд. Окрім того, подальші економічні збитки на проведення планових ремонтних робіт та усунення наслідків аварій на зовнішніх мережах значною мірою будуть залежати від цінності самих ділянок, на яких проектується їх розташування, довжин трубопроводів, їх розгалуження тощо. Всі ці аспекти актуалізують питання оптимізації схем розміщення зовнішніх мереж водопостачання ще на етапі проектування.

#### **Аналіз літературних джерел.**

Дослідження [1–3], як і більшість науково-практичних досліджень, присвячених оптимізації систем водопостачання зосереджені на аспектах удосконалення та реновації вже існуючих мереж та устаткування шляхом налагодження режимів постачання, модернізації систем автоматизації та моніторингу і контролю витрат водних ресурсів. В той же час проектні рішення інженерних систем щодо мінімізації витрат на зведення/експлуатацію та/або підвищення техніко-економічних показників системи за рахунок прийняття принципово якісніших базових її характеристик залишаються поза належною увагою. Рекомендації щодо проектування систем водопостачання [4] ґрунтуються на класичних підходах. Досвід практичної реалізації проектів прокладання інших зовнішніх інженерних мереж показує, що задля забезпечення вищої продуктивності та ефективності роботи інженерних системи, інженерам-проектувальникам доводиться вирішувати оптимізаційні задачі розподілу або перерозподілу ресурсів, що постачаються, класичними методами математики. Наприклад, методами лінійного програмування [5, 6].

Пошуку оптимальних геометричних параметрів досліджуваної інженерної системи на основі використання заданих цільових функції присвячено роботи [7] та [8]. В них було розглянуто основні методичні принципи щодо визначення оптимальних параметрів їх геометричних моделей при проектуванні систем водопостачання та теплопостачання. В [9] розглядаються питання визначення коефіцієнтів, що відображають питомі показники вартості будівництва й експлуатації окремих ланок трубопроводів теплопостачання на відповідних ділянках їх прокладання. Ці коефіцієнти виражаються через деяку функцію  $f(x,y)$ , яка може бути побудованою як на основі інтерполяції, так і апроксимації із застосуванням радіально-базисних функцій [11-17]. Ці ідеї набули подальшого дослідження в [4], де було запропоновано підходи до визначення питомих економічних показників спорудження й подальшої експлуатації

трубопроводів на різних ділянках досліджуваної області забудови; також обґрунтовується дискретний підхід до обчислення відповідних показників.

**Метою роботи** є проведення та аналіз результатів геометричного моделювання оптимальної траєкторії прокладання трубопроводів зовнішньої мережі водопостачання. Моделювання оптимізованої геометричної форми дискретного образу мережі трубопроводів системи водопостачання передбачається виконати із застосуванням принципів дискретної геометрії.

**Виклад основного матеріалу.** Нехай відомі результатами аналізу території будівництва мережі водопостачання за показниками вартості (цінності) земельних ділянок. Прийнемо наступні значення питомих вартостей земельних ділянок:

Таблиця 1.

Вихідні значення питомих вартостей земельних ділянок

Позначення визначеної ділянки за показниками питомої вартості	Показники питомої вартості (цінності) земельних ділянок	Координатами центру ваг ділянки	
		$x_{0,i}$	$y_{0,i}$
ділянка А	$z_{0,A} = 5$	$x_{0,A} = 80$	$y_{0,A} = 60$
ділянка В	$z_{0,B} = 4$	$x_{0,B} = 40$	$y_{0,B} = 70$
ділянка С	$z_{0,C} = 3$	$x_{0,C} = 100$	$y_{0,C} = 50$
ділянка D	$z_{0,D} = 2$	$x_{0,D} = 50$	$y_{0,D} = 20$
ділянка Е	$z_{0,E} = 11$	$x_{0,E} = 60$	$y_{0,E} = 50$

Для візуалізації розподілу питомих вартостей земельних ділянок по досліджуваній території доцільно використати зважені функції згідно з формулою (1):

$$z_0(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^N z_{0,i} \cdot f(x_{0,i}, y_{0,i})}{\sum_{i=1}^N f(x_{0,i}, y_{0,i})} = \frac{\sum_{i=1}^N z_{0,i} \cdot 1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,i} - x)^2 + (y_{0,i} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right)}{\sum_{i=1}^N 1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,i} - x)^2 + (y_{0,i} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right)}, \quad (1)$$

де  $z_0(x, y)$  – функція, що задає вихідну поверхню розподілу вартостей земельних ділянок;  $x_{0,i}, y_{0,i}, z_{0,i}$  – координати центрів ваг  $i$ -ї визначеної ділянки;  $i=1, \dots, N$ , де  $N$  – кількість визначених ділянок з різною цінністю;  $x, y$  – координати довільної точки в межах заданої області значень;  $\varepsilon$  – коефіцієнт гладкості апроксимації між опорними точками функції  $f(x, y)$ ;  $k$  – ступінь мультиквадратичної базисної функції, найоптимальніше значення для вирішення поставленої задачі при  $k=20$ .

Перепишемо (1) для заданого вище випадку з п'яти ділянок різної питомої вартості, при цьому введемо наступні обмеження  $x \in (0; 150)$  та  $y \in (0; 150)$ :

$$z_0(x, y) = \frac{z_{0,A} \cdot 1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,A} - x)^2 + (y_{0,A} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right) + z_{0,B} \cdot 1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,B} - x)^2 + (y_{0,B} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right) + 1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,A} - x)^2 + (y_{0,A} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right) + 1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,B} - x)^2 + (y_{0,B} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right) + z_{0,C} \cdot 1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,C} - x)^2 + (y_{0,C} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right) + z_{0,D} \cdot 1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,D} - x)^2 + (y_{0,D} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right) + 1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,C} - x)^2 + (y_{0,C} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right) + 1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,D} - x)^2 + (y_{0,D} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right) + z_{0,E} \cdot 1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,E} - x)^2 + (y_{0,E} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right)}{1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,A} - x)^2 + (y_{0,A} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right) + 1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,B} - x)^2 + (y_{0,B} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right) + 1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,C} - x)^2 + (y_{0,C} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right) + 1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,D} - x)^2 + (y_{0,D} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right) + 1 / \left( \left[ \sqrt{(x_{0,E} - x)^2 + (y_{0,E} - y)^2} \right]^k + \varepsilon \right)}$$

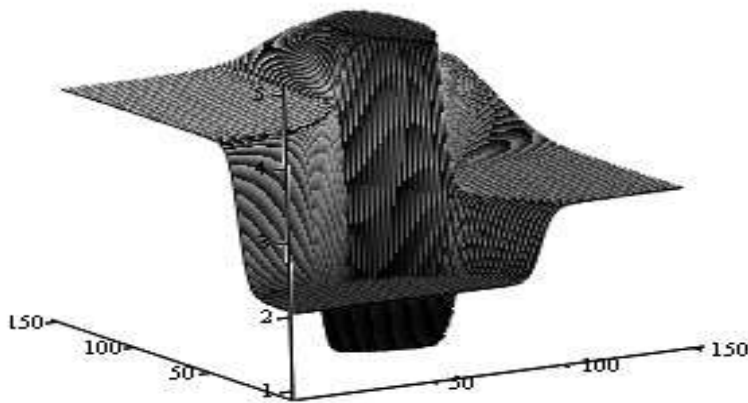
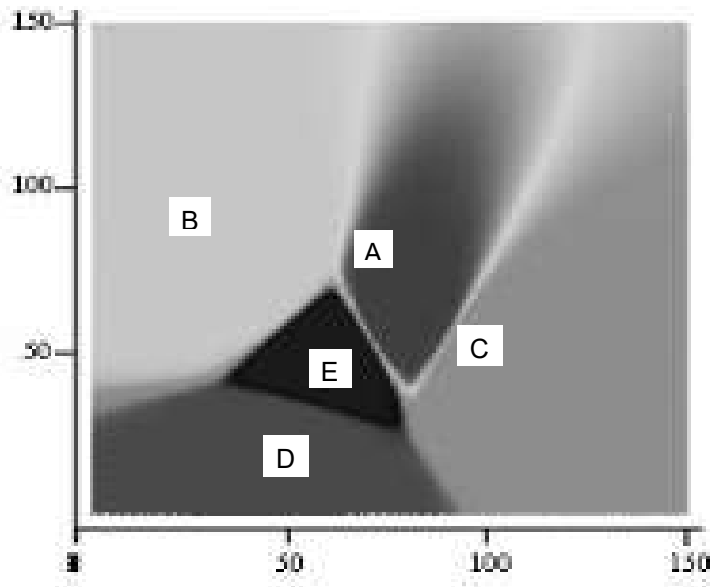


Рис 1. Поверхня  $z_0(x, y)$  значень питомих вартостей земельних (містобудівних) ділянок

На рисунку 2 задана топологічна схема прокладання трубопроводу мережі водопостачання між домогосподарствами. На практиці такі схеми виконуються

інженерами-проектувальниками на основі стандартних рекомендацій [4]. Початкові координати вузлів вводу системи водопостачання зведено в табл. 2.

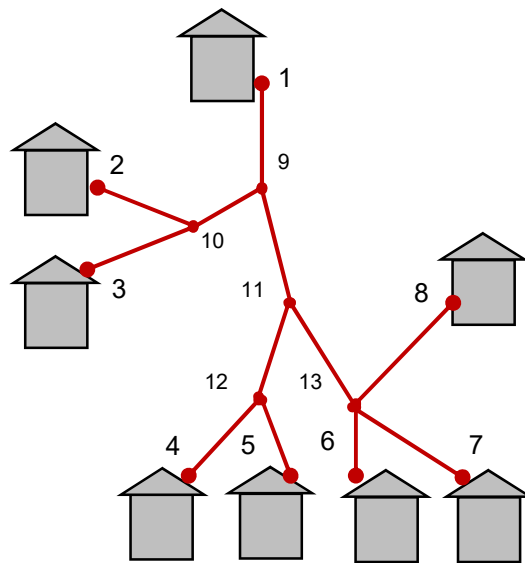


Рис. 2. Топологічна схема прокладки трубопроводу

Таблиця 2.

Значення вихідних координат вузлів системи водопостачання

Номер вузла	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x (м)	70	20	20	50	80	100	130	130	70	50	80	70	100
y (м)	100	100	80	20	20	20	20	70	100	90	70	40	40

З метою визначення рівнів питомої вартості прокладання трубопроводів по довжині ділянок системи водопостачання застосуємо підхід до оптимізації прокладання трубопроводів системи водопостачання, запропонований в [8]. Отже, маємо систему рівнянь, що визначає положення будь-якої кількості вузлів їх розгалуження:

$$\begin{cases} x_i \cdot \sum_{j=1}^n k_{i,j} - \sum_{j=1}^n (k_{i,j} \cdot x_j) = 0, \\ y_i \cdot \sum_{j=1}^n k_{i,j} - \sum_{j=1}^n (k_{i,j} \cdot y_j) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

де  $k_{i,j}$  – коефіцієнт, що дорівнює величині параметрів питомої вартості прокладання трубопроводів по довжині ділянок системи водопостачання.

Відповідно до статико-геометричного методу дискретної геометрії [18], коефіцієнти  $k_{i,j}$  характеризують силу взаємодії між окремими вузлами, що їх

сполучають. Як запропоновано в [10], в якості коефіцієнта  $k_{ij}$  варто прийняти величину, яка відобразить рівень питомої вартості прокладання трубопроводів на різних ділянках досліджуваної міжбудинкової території. Тобто коефіцієнт  $k_{ij}$  буде залежати від координат початку і кінця кожної ділянки, тобто деякого  $i$ -го та  $j$ -го вузлів:

$$k_{i,j} = F(x_i, x_j, y_i, y_j). \quad (3)$$

Функціональні залежності оптимального розміщення вузлів приймаються на основі базисної функції розподілу питомих вартостей ділянок  $z_0(x, y)$ .

$$k_{i,j} = \frac{z_0(c) + z_0\left(\frac{x_j + x_i}{2}, \frac{y_j + y_i}{2}\right) + z_0(x_j, y_j)}{3} \quad (4)$$

Відповідно до рис. 2 визначаємо функціональні залежності коефіцієнтів пропорційності  $k_{ij}$  для кожного вузла відносно сполучних до нього ланок трубопроводу з індексом  $i, j$ .

Для вузла 9 маємо 3 ділянки 9-1, 9-10 та 9-11, отже коефіцієнти пропорційності приймуть наступний вигляд:

$$\begin{aligned} k_{9,1} &= \frac{z_0(x_9, y_9) + z_0\left(\frac{x_1 + x_9}{2}, \frac{y_1 + y_9}{2}\right) + z_0(x_1, y_1)}{3}; \\ k_{9,10} &= \frac{z_0(x_9, y_9) + z_0\left(\frac{x_{10} + x_9}{2}, \frac{y_{10} + y_9}{2}\right) + z_0(x_{10}, y_{10})}{3}; \\ k_{9,11} &= \frac{z_0(x_9, y_9) + z_0\left(\frac{x_{11} + x_9}{2}, \frac{y_{11} + y_9}{2}\right) + z_0(x_{11}, y_{11})}{3}. \end{aligned} \quad (5)$$

Далі виконуємо аналогічні підстановки для решти вузлів.

Для вузла 10 маємо 3 ланки трубопроводу 10-2, 10-3 та 10-9 та коефіцієнти пропорційності:

$$\begin{aligned} k_{10,2} &= \frac{z_0(x_{10}, y_{10}) + z_0\left(\frac{x_2 + x_{10}}{2}, \frac{y_2 + y_{10}}{2}\right) + z_0(x_2, y_2)}{3}; \\ k_{10,3} &= \frac{z_0(x_{10}, y_{10}) + z_0\left(\frac{x_3 + x_{10}}{2}, \frac{y_3 + y_{10}}{2}\right) + z_0(x_3, y_3)}{3}; \\ k_{10,9} &= \frac{z_0(x_{10}, y_{10}) + z_0\left(\frac{x_9 + x_{10}}{2}, \frac{y_9 + y_{10}}{2}\right) + z_0(x_9, y_9)}{3}. \end{aligned} \quad (6)$$

Для вузла 11 маємо 3 ланки трубопроводу 11-9, 11-12 та 11-13 та коефіцієнти пропорційності:

$$\begin{aligned}
 k_{11,9} &= \frac{z_0(x_{11}, y_{11}) + z_0\left(\frac{x_9 + x_{11}}{2}, \frac{y_9 + y_{11}}{2}\right) + z_0(x_9, y_9)}{3}; \\
 k_{11,12} &= \frac{z_0(x_{11}, y_{11}) + z_0\left(\frac{x_{12} + x_{11}}{2}, \frac{y_{12} + y_{11}}{2}\right) + z_0(x_{12}, y_{12})}{3}; \\
 k_{11,13} &= \frac{z_0(x_{11}, y_{11}) + z_0\left(\frac{x_{13} + x_{11}}{2}, \frac{y_{13} + y_{11}}{2}\right) + z_0(x_{13}, y_{13})}{3}.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Для вузла 12 маємо 3 ланки трубопроводу 12-4, 12-5 та 12-11 та коефіцієнти пропорційності:

$$\begin{aligned}
 k_{12,4} &= \frac{z_0(x_{12}, y_{12}) + z_0\left(\frac{x_4 + x_{12}}{2}, \frac{y_4 + y_{12}}{2}\right) + z_0(x_4, y_4)}{3}; \\
 k_{12,5} &= \frac{z_0(x_{12}, y_{12}) + z_0\left(\frac{x_5 + x_{12}}{2}, \frac{y_5 + y_{12}}{2}\right) + z_0(x_5, y_5)}{3}; \\
 k_{12,11} &= \frac{z_0(x_{12}, y_{12}) + z_0\left(\frac{x_{11} + x_{12}}{2}, \frac{y_{11} + y_{12}}{2}\right) + z_0(x_{11}, y_{11})}{3}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Для вузла 12 маємо 4 ланки трубопроводу 13-6, 13-7, 13-8 та 13-11 та коефіцієнти пропорційності:

$$\begin{aligned}
 k_{13,11} &= \frac{z_0(x_{13}, y_{13}) + z_0\left(\frac{x_{11} + x_{13}}{2}, \frac{y_{11} + y_{13}}{2}\right) + z_0(x_{11}, y_{11})}{3}; \\
 k_{13,6} &= \frac{z_0(x_{13}, y_{13}) + z_0\left(\frac{x_6 + x_{13}}{2}, \frac{y_6 + y_{13}}{2}\right) + z_0(x_6, y_6)}{3}; \\
 k_{13,7} &= \frac{z_0(x_{13}, y_{13}) + z_0\left(\frac{x_7 + x_{13}}{2}, \frac{y_7 + y_{13}}{2}\right) + z_0(x_7, y_7)}{3}; \\
 k_{13,8} &= \frac{z_0(x_{13}, y_{13}) + z_0\left(\frac{x_8 + x_{13}}{2}, \frac{y_8 + y_{13}}{2}\right) + z_0(x_8, y_8)}{3}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Отримані коефіцієнти пропорційності підставляємо в (2) та складаємо систему рівнянь (10) для визначення рівнів питомої вартості прокладання трубопроводів по довжині ланок мережі водопостачання:

$$\begin{aligned}
&k_{9,1} \cdot (x_9 - x_1) + k_{9,10} \cdot (x_9 - x_{10}) + k_{9,11} \cdot (x_9 - x_{11}) = 0 \\
&k_{10,2} \cdot (x_{10} - x_2) + k_{10,3} \cdot (x_{10} - x_3) + k_{10,9} \cdot (x_{10} - x_9) = 0 \\
&k_{11,9} \cdot (x_{11} - x_9) + k_{11,12} \cdot (x_{11} - x_{12}) + k_{11,13} \cdot (x_{11} - x_{13}) = 0 \\
&k_{12,4} \cdot (x_{12} - x_4) + k_{12,5} \cdot (x_{12} - x_5) + k_{12,11} \cdot (x_{12} - x_{11}) = 0 \\
&k_{13,11} \cdot (x_{13} - x_{11}) + k_{13,6} \cdot (x_{13} - x_6) + k_{13,7} \cdot (x_{13} - x_7) + k_{13,8} \cdot (x_{13} - x_8) = 0 \\
&k_{9,1} \cdot (y_9 - y_1) + k_{9,10} \cdot (y_9 - y_{10}) + k_{9,11} \cdot (y_9 - y_{11}) = 0 \\
&k_{10,2} \cdot (y_{10} - y_2) + k_{10,3} \cdot (y_{10} - y_3) + k_{10,9} \cdot (y_{10} - y_9) = 0 \\
&k_{11,9} \cdot (y_{11} - y_9) + k_{11,12} \cdot (y_{11} - y_{12}) + k_{11,13} \cdot (y_{11} - y_{13}) = 0 \\
&k_{12,4} \cdot (y_{12} - y_4) + k_{12,5} \cdot (y_{12} - y_5) + k_{12,11} \cdot (y_{12} - y_{11}) = 0 \\
&k_{13,11} \cdot (y_{13} - y_{11}) + k_{13,6} \cdot (y_{13} - y_6) + k_{13,7} \cdot (y_{13} - y_7) + k_{13,8} \cdot (y_{13} - y_8) = 0
\end{aligned} \tag{10}$$

Дана система рівнянь вирішується ітераційним способом, а точність розрахунку визначається як абсолютна максимальна похибка між початковими та ітераційними значеннями. Результати розрахунку зведено в таблицю 3.

Таблиця 3.

Результати визначення рівнів питомої вартості прокладання трубопроводів по довжині ланок мережі водопостачання

№ вузла	Вихідні умови		1-а ітерація		2-а ітерація		3-я ітерація		4-а ітерація	
	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$
1	70	130	70	130	70	130	70	130	70	130
2	20	100	20	100	20	100	20	100	20	100
3	20	80	20	80	20	80	20	80	20	80
4	50	20	50	20	50	20	50	20	50	20
5	80	20	80	20	80	20	80	20	80	20
6	100	20	100	20	100	20	100	20	100	20
7	130	20	130	20	130	20	130	20	130	20
8	130	70	130	70	130	70	130	70	130	70
9	70	100	62,498	93,814	62,151	93,448	62,148	93,439	62,148	93,44
10	50	90	34,639	91,314	34,08	91,152	34,073	91,148	34,073	91,149
11	80	70	79,832	63,536	79,31	63,221	79,31	63,218	79,311	63,219
12	70	40	72,508	43,633	72,313	43,565	72,229	43,574	72,299	43,577
13	100	40	107,648	44,935	108,223	44,354	108,223	44,354	108,223	44,354
<b>Максимальна абсолютна похибка</b>			15,361		0.581		0.014		3,518x10 <sup>-3</sup>	

Даний метод продемонстрував добру збіжність ітераційного розрахунку. Значення максимальної абсолютної похибки склали – 3,518·10<sup>-3</sup> свідчить про



те, що подальші ітерації не потрібні, оскільки значення похибки далі буде лише зменшуватись.

За отриманими результатами розрахунку на рисунку 3 побудовано нову оптимальну схему розміщення вузлів системи водопостачання з урахуванням питомих вартостей прокладання трубопроводу.

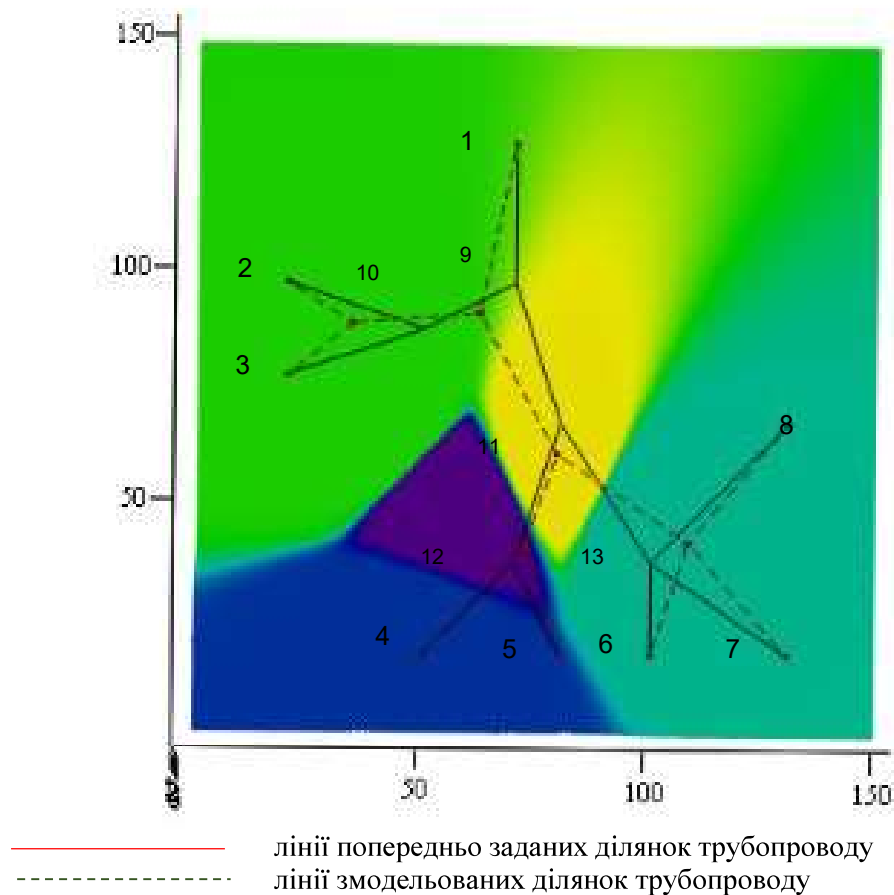


Рис. 3. Візуалізація результатів моделювання оптимізації траєкторій прокладки трубопроводів

Величина витрат матеріалів залежить від довжини кожної з прокладеної ділянки трубопроводу водопостачання. Тому економію прокладки трубопроводу можна виразити через різницю довжин вихідної системи трубопроводу та змодельованої, а саме:

$$\sum \delta_{0,ij} - \sum \delta_{ij} = 24.486,$$

$$\frac{\sum \delta_{0,ij} - \sum \delta_{ij}}{\sum \delta_{0,ij}} \cdot 100\% = 6,73\%, \quad (11)$$

де  $\delta_{0,ij} = \sqrt{(x_{0,i} - x_{0,j})^2 + (y_{0,i} - y_{0,j})^2}$  – довжина ділянки трубопроводу з індексом  $ij$  вузлів її меж,  $\delta_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$  – довжини отриманих під час моделювання ділянок трубопроводу,  $i$  та  $j$  – індекси вузлів на межах ділянок, що розглядається.

Питомі вартості прокладання трубопроводів водопостачання визначаються довжиною прокладеної ділянки  $\delta_{ij}$  з урахуванням коефіцієнту пропорційності питомої вартості положення вузла на містобудівній ділянці  $k_{ij}$ . Тобто:

$$q_{ij} = \delta_{ij} \cdot k_{ij} . \quad (9)$$

Формула для визначення початкових вартостей буде аналогічною, тільки в цьому випадку приймаються до розрахунку значення початкової довжини та коефіцієнту пропорційності.

Економія витрат прокладки трубопроводу за розрахунковими даними порівняно з вихідними складе:

$$\begin{aligned} \sum q_{0,ij} - \sum q_{ij} &= 130,93, \\ \frac{\sum q_{0,ij} - \sum q_{ij}}{\sum q_{0,ij}} \cdot 100\% &= 10,34\% . \end{aligned} \quad (9)$$

### **Висновки.**

Результати моделювання оптимальної траєкторії прокладки трубопроводу показали ефективність запропонованого підходу. Загальна економія витрат на прокладання системи трубопроводів при заданих економічних показниках розподілу вартостей на певній ділянці місцевості склала більше 10% при зменшенні загальної протяжності системи трубопроводів майже на 7%. Тобто при незначних корегуваннях положення вузлів розгалуження системи трубопроводів, економічний ефект доцільного використання містобудівних площ матиме достатньо високий показник.

### **Література**

1. Rak J. Selected problems of water supply safety / J. Rak // Environment Protection Engineering, 35, 2, 2009. – P. 23-28.
2. Nahman J.M. Dependability of engineering systems – modeling and evaluation / J.M. Nahman // Springer, 2002.
3. Avi Ostfeld. Reliability simulation of water distribution systems – single and multiquality / Avi Ostfeld, Dimitri Kogan, Uri Shamir // Urban Water, 2002. – №4. – P. 53–61.

4. Тугай А.М., Терновцев В.О., Тугай Я.А. Розрахунок і проектування споруд систем водопостачання. Навчальний посібник. – К.: КНУБА, 2001. – 256 с.
5. Гюльштейн Е.Г. Задачи линейного программирования транспортного типа: учебник / Е.Г. Гюльштейн, Д.Б. Юдин / Издательство "Наука", Москва, 1969. — 384 с.
6. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инж. и учащихся вузов. 1980. – 976.
7. Орел Ю.М. Дискретне моделювання оптимальних параметрів зовнішніх мереж водопостачання засобами прикладної геометрії / Ю.М. Орел, Д.О. Чернишев, В.І. Скочко, С.А. Кожедуб // International Scientific-Practical Conference of young scientists "Build-Master-Class-2019": Conference Proceedings. 2019. – с. 288-289.
8. Скочко В.І. Скорочення тепловтрат систем теплопостачання шляхом оптимізації їх геометричних моделей при проектуванні / В.І. Скочко, В.О. Плоский, А.Д. Гегер, Л.О. Скочко // Наук. тех. журн.: Енерго-ефективність в буд. та арх. Вип. 10. 2018. – с. 15-28.
9. Орел Ю.М. Побудова спеціальних цільових функцій при оптимізації геометричних моделей систем водопостачання / Ю.М. Орел, Д.О. Чернишев, В.О. Плоский, В.І. Скочко // Збірник наукових праць: Сучасні проблеми моделювання. Вип. 17. 2020. – с. 66-74.
10. Орел Ю.М. Визначення питомих показників вартості спорудження і експлуатації трубопроводів ефективних систем водопостачання. / Ю.М. Орел, Магалов А.М. // Збірник наукових праць: Сучасні проблеми моделювання. Вип. \_\_. 2020. [в друці].
11. Iske A. Radial basis functions: basics, advanced topics and meshfree methods for transport problems / A. Iske // Rend. Sem. Mat. Univ. Pol., Torino, 2003. – № 61 (3). – P. 247–284.
12. Ball K., Sivakumar N., and Ward J.D., On the sensitivity of radial basis interpolation to minimal data separation distance, *Constr. Approx.*, 8 (1992), 401–426.
13. Beatson R.K., Cherrie J.B., and Mouat C.T., Fast fitting of radial basis functions: methods based on preconditioned GMRES iteration, *Adv. Comput. Math.* 11 (1999), 253–270.
14. Driscoll T.A. and Fornberg B., Interpolation in the limit of increasingly flat radial basis functions, *Comput. Math. Appl.* 43 (2002), 413–422.
15. Dyn N., Interpolation and approximation by radial and related functions, in *Approximation Theory VI*, C. Chui, L. Schumaker, and J. Ward (eds.), Academic Press, New York, 1989, 211–234.

16. Sarra S.A., Accurate derivative approximations using radial basis functions, preprint, Marshall University, 2003.

17. Schaback R., Multivariate interpolation by polynomials and radial basis functions, preprint, Universität Göttingen, 2002.

18. Ковальов С.М., Ігумен М., Пустюльга С.И., Михайленко В.Є. та ін. Прикладна геометрія та інженерна графіка. Спеціальні розділи. Випуск 1; за ред. В.Є. Михайленка. – Луцьк: Редакційно-видавничий відділ ЛДТУ, 2006. 256 с.

19. Верещага В.М. Дискретное интегрирование / В.М. Верещага. – Харьков: Полиграфист, 1995. – 47 с.

20. Найдыш В.М. Проблемы численного интегрирования / В.М. Найдыш, В.М. Верещага. – Харьков: Полиграфист, 1995. – 47 с.

Орел Ю.М.,

Киевский национальный университет строительства и архитектуры

## **ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ УКЛАДКИ ТРУБОПРОВОДА ЭФФЕКТИВНЫХ СИСТЕМ ВОДОСНАБЖЕНИЯ**

В статье рассматриваются вопросы исследования геометрического моделирования оптимальной траектории укладки трубопроводов внешней сети водоснабжения. На основе предварительного анализа территории строительства по показателям экономической ценности земельных участков проведено построение модели распределения значений удельных стоимостей этих участков. Моделирование оптимизированной геометрической формы дискретного образа сети трубопроводов системы водоснабжения выполняется с применением принципов статико-геометрического метода дискретной геометрии. Коэффициенты, характеризующие силу взаимодействия между отдельными узлами одного звена (участка трубопровода) принимаются равными величине параметров удельной стоимости укладки трубопроводов по длине звеньев системы водоснабжения. Функциональные зависимости оптимального размещения узлов трубопроводов определяются на основе предложенной базовой функции распределения удельных стоимостей земельных участков. Положение узлов разветвления такой системы определяются в результате решения системы нелинейных уравнений.

Рассмотренный в статье подход продемонстрировал хорошую сходимость итерационного расчета. Также проведен анализ полученных результатов расчетов по показателям экономии материалов и трудовых затрат, является

следствием сокращения общей длины звеньев смоделированной системы трубопроводов, продемонстрировал достаточно высокий экономический эффект при незначительных корректировках исходной системы. В свою очередь, практическое решение поставленной в данной статье задачи позволит значительно сократить дальнейшие как строительные, так и эксплуатационные затраты на сети водоснабжения еще на этапе выполнения проектных работ.

Ключевые слова: эффективные системы водоснабжения, оптимальная траектория, дискретное геометрическое моделирование.

Yuliia Orel,  
Kyiv National University of Construction and Architecture

### **GEOMETRICAL SIMULATION OF THE OPTIMAL TRAJECTORY OF THE PIPELINE OF EFFECTIVE WATER SUPPLY SYSTEMS**

In the article describes the research of geometric modeling of the optimal trajectory of pipelines of an external water supply network. A model for the distribution of the values of unit cost of land plots was constructed. It based on a preliminary analysis of the building area in terms of economic value of land plots. Modeling of the optimized geometric shape of the discrete image of the network of pipelines of the water supply system is performed with using the principles of the static-geometric method of discrete geometry. The coefficients characterizing the force of interaction between the nodes of the pipeline link (section of the pipeline) are taken equal to the value of the unit cost of pipelines to the length of the links of a water supply system. The functional dependencies of the optimal placement of pipeline nodes are determined on basis of the proposed radial-basic distribution function of unit cost of land plots. The position of the branching nodes of the pipeline water system is determined by solving a system of nonlinear equations.

The approach considered in the article demonstrated good convergence of the iterative calculation. Also, an analysis according to the obtained calculation results was carried out on the indicators of material savings and labor costs, which are the result of a reduction in the total length of the links of the simulated pipeline system. A sufficiently high economic effect was demonstrated with minor adjustments to the original system. In turn, a practical solution to the problem posed in this article will significantly reduce the further construction and operational costs of the water supply network even at the stage of design work.

Key words: efficient water supply systems, optimal trajectory, discrete geometric modeling.

## REFERENCES

1. Rak J. Selected problems of water supply safety / J. Rak // Environment Protection Engineering, 35, 2, 2009. – R. 23-28. {in English}
2. Nahman J.M. Dependability of engineering systems – modeling and evaluation / J.M. Nahman // Springer, 2002. {in English}
3. Avi Ostfeld. Reliability simulation of water distribution systems – single and multiquality / Avi Ostfeld, Dimitri Kogan, Uri Shamir // Urban Water, 2002. – №4. – R. 53–61. {in English}
4. Tuhai A.M., Ternovtsev V.O., Tuhai Ya.A. Rozrakhunok i proektuvannia sporud system vodopostachannia. Navchalnyi posibnyk. – K.: KNUBA, 2001. – 256 s. {in English}
5. Hiulshtein E.H. Zadachy lyneinoho prohrammyrovanyia transportnoho typu: uchebnyk / E.H. Hiulshtein, D.B. Yudyn / Yzdatelstvo "Nauka", Moskva, 1969. — 384 s. {in Russian}
6. Bronshtein Y.N., Semendiaev K.A. Spravochnyk po matematyke dlia ynzh. y uchashchysia vuzov. 1980. – 976. {in Russian}
7. Orel Yu.M. Dyskretne modeliuvannia optymalykh parametriv zovnishnikh merezh vodopostachannia zasobamy prykladnoi heometrii / Yu.M. Orel, D.O. Chernyshev, V.I. Skochko, S.A. Kozhedub // International Scientific-Practical Conference of young scientists "Build-Master-Class-2019": Conference Proceedings. 2019. – s. 288-289. {in Ukrainian}
8. Skochko V.I. Skorochennia teplovtrat system teplopstachannia shliakhom optymizatsii yikh heometrychnykh modelei pry proektuvanni / V.I. Skochko, V.O. Ploskyi, A.D. Heher, L.O. Skochko // Nauk. tekhn. zhurn.: Enerho-efektyvnist v bud. ta arkh. Vyp. 10. 2018. – s. 15-28. {in Ukrainian}
9. Orel Yu.M. Pobudova spetsialnykh tsilovykh funktsii pry optymizatsii heometrychnykh modelei system vodopostachannia / Yu.M. Orel, D.O. Chernyshev, V.O. Ploskyi, V.I. Skochko // Zbirnyk naukovykh prats: Suchasni problemy modeliuvannia. Vyp. 17. 2020. – s. 66-74. {in Ukrainian}
10. Orel Yu.M. Vyznachennia pytomykh pokaznykiv vartosti sporudzhenia i ekspluatatsii truboprovodiv efektyvnykh system vodopostachannia. / Yu.M. Orel, Mahalov A.M. // Zbirnyk naukovykh prats: Suchasni problemy modeliuvannia. Vyp. \_\_. 2020. [v druzsi]. {in Ukrainian}
11. Iske A. Radial basis functions: basics, advanced topics and meshfree methods for transport problems / A. Iske // Rend. Sem. Mat. Univ. Pol., Torino, 2003. – № 61 (3). – P. 247–284. {in English}
12. Ball K., Sivakumar N., and Ward J.D. On the sensitivity of radial basis interpolation to minimal data separation distance, Constr. Approx., 8 (1992), 401–426. {in English}

13. Beatson R.K., Cherrie J.B., and Mouat C.T., Fast fitting of radial basis functions: methods based on preconditioned GMRES iteration, *Adv. Comput. Math.* 11 (1999), 253–270. {in English}
14. Driscoll T.A. and Fornberg B., Interpolation in the limit of increasingly flat radial basis functions, *Comput. Math. Appl.* 43 (2002), 413–422. {in English}
15. Dyn N., Interpolation and approximation by radial and related functions, in *Approximation Theory VI*, C. Chui, L. Schumaker, and J. Ward (eds.), Academic Press, New York, 1989, 211–234. {in English}
16. Sarra S.A., Accurate derivative approximations using radial basis functions, preprint, Marshall University, 2003. {in English}
17. Schaback R., Multivariate interpolation by polynomials and radial basis functions, preprint, Universität Göttingen, 2002. {in English}
18. Kovalov S.M., Ihumen M., Pustiulha S.Y., Mykhailenko V.Ie. ta in. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika. Spetsialni rozdily. Vypusk 1; za red. V.Ie. Mykhailenka.* – Lutsk: Redaktsiino-vydavnychiy viddil LDTU, 2006. 256 s. {in Ukrainian}
19. Vereshchaha V.M. *Dyskretnoe yntehyrovanye* / V.M. Vereshchaha. – Kharkov: Polyhrafyst, 1995. – 47 s. {in Russian}
20. Naidish V.M. *Problemy chyslennoho yntehyrovanyia* / V.M. Naidish, V.M. Vereshchaha. – Kharkov: Polyhrafyst, 1995. – 47 s. {in Russian}